



# **Anàlisi Disseny i Fabricació d'estructures periòdiques esquerranes per a la generació de filtres passabanda**

Memòria del Treball Final de Carrera  
d'Enginyeria Electrònica

Autor: Benito Sans Chavalera

Director: Joan García García

Bellaterra, Febrer de 2007

# ÍNDEX

Agraïments	5
Presentació	6
<u>1. Introducció als metamaterials</u>	<u>7</u>
<u>2. Línies de transmissió</u>	<u>10</u>
2.1. Línies de transmissió convencionals o dretanes	10
2.2. Línies de transmissió esquerranes	14
2.2.1. Línia de transmissió composta	17
<u>3. Estructures periòdiques</u>	<u>19</u>
3.1. Anàlisis estructures periòdiques infinites	19
3.2. Determinació del comportament dretà o esquerrà d'una línia de transmissió	22
<u>4. Presentació de l'estructura dissenyada</u>	<u>28</u>
4.1. Anàlisis de l'estructura dissenyada	29
4.2. Obtenció de les equacions de disseny de la línia de transmissió	32
4.2.1. Simulació elèctrica del filtre passabanda	40
<u>5. Obtenció de les dimensions físiques de la línia</u>	<u>46</u>
<u>6. Simulació electromagnètica</u>	<u>51</u>
6.1. Obtenció dels paràmetres S de la línia	54
Amplitud de $S(2,1)$	55
Fase de $S(2,1)$	56

6.2. Visualització dels camps electromagnètics presents en la línia de transmissió	58
Camp elèctric	58
Camp magnètica	60
6.3. Densitat de corrent superficial	62
6.4. Energia electromagnètica	63
Energia elèctrica	63
Energia magnètica	64
6.5. Determinació gràfica del tipus de línia de transmissió	65
<u>7. Fabricació i mesura de l'estructura</u>	<u>67</u>
<u>8. Conclusions</u>	<u>71</u>
<u>Annex</u>	<u>72</u>
<u>Referències</u>	<u>73</u>

El signant Dr. Joan García García professor del Departament d'Enginyeria Electrònica de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Certifica:

Que el treball corresponent a la present memòria ha estat realitzat sota la meva direcció per Benito Sans Chavalera. I perquè així consti ho signo

Joan García García  
Bellaterra, 1 de febrer de 2007

## **Agraïments**

Dono les gràcies primerament al grup GEMMA/CIMITEC amb el suport del qual s'ha realitzat aquest projecte, al tutor Joan García García pels seus consells i direcció, als companys del despatx Gerard, Fito, Juan, Hender Ferran i Guillem pel suport tècnic donat, als membres de CIMITEC Ferran Jordi Marta i Fran, i per finalitzar però no per això menys importants als companys de la carrera Fran, Jordi, Carles, Miquel i Andreu que m'han alleugerit la feina durant la realització del projecte.

A tots ells, MOLTES GRÀCIES !!!

# PRESENTACIÓ

El projecte que és presenta en aquesta memòria s'ha realitzant sota el suport del grup GEMMA/CIMITEC. Aquest grup format per doctors i investigadors del Departament d'Enginyeria Electrònica de la ETSE, està estudiant i desenvolupant diversos dispositius en el camp de les microones, basats en estructures esquerranes.

El que s'ha pretès en aquest projecte és estudiar, dissenyar, fabricar i mesurar una estructura esquerrana. Dita estructura a més volem que es comporti com un filtre passabanda, amb la qual cosa hem de ser capaços de fixar els paràmetres que caracteritzen aquest filtre, és dir, la banda de pas i la freqüència central del filtre.

En la memòria, en primer lloc, és presenta la base teòrica dels medis esquerrans. Partint d'una breu introducció als medis esquerrans i les seves característiques. Seguidament farem un petit cop d'ull a la teoria de línies de transmissió i com aquestes s'han de modificar per tal de poder descriure un medi esquerrà. Tot seguit passarem a presentar el punt clau del desenvolupament teòric present en aquest treball, on estudiarem les propietats de les estructures periòdiques, la qual cosa ens permet simplificar molt el nostre estudi. A més en aquest punt extraurem expressions per tal de poder determinar si l'estructura periòdica és esquerrana o dretana.

Seguidament passarem a presentar l'estructura física de la línia a implementar i el model elèctric que la descriu. Amb la qual cosa ja serem capaços d'extreure les equacions de disseny del nostre filtre, és a dir, els valors dels paràmetres circuitals en funció de les característiques del filtre passabanda o sigui la freqüència central del filtre, l'ample de banda i la impedància d'adaptació de la línia.

Un cop extretes les equacions de disseny passarem a realitzar simulacions elèctriques de l'estructura per tal de comprovar que els resultats obtinguts siguin correctes.

Tot seguit extraurem les dimensions físiques de l'estructura a partir de la relació dels paràmetres elèctrics i la física del dispositiu. D'aquesta manera ja serem capaços de realitzar simulacions electromagnètiques de l'estructura i observar els diferents fenòmens que tenen lloc en la línia com pugui ser el confinament del camp elèctric i del camp magnètic, la longitud d'ona de la radiació guiada, ... .

Un cop realitzades les simulacions electromagnètiques de l'estructura per tal de finalitzar el projecte simplement ens queda fabricar i analitzar els resultats obtinguts, a més de comparar les prestacions del filtre dissenyat amb un filtre estàndard de línies acoblades.

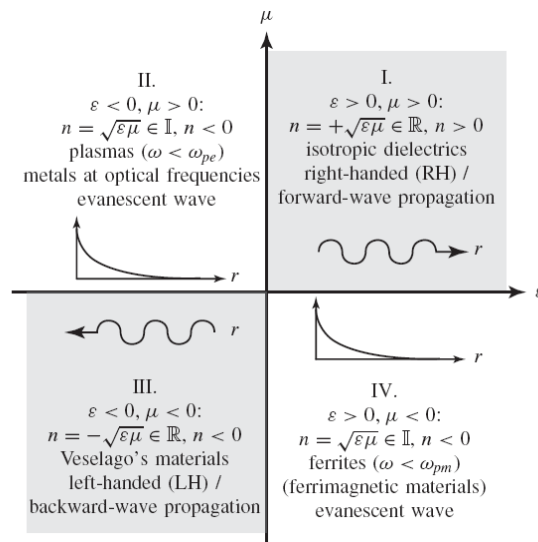
# 1. Introducció als metamaterials

La definició més general dels metamaterials els descriu com a mitjans amb estructures periòdiques o quasi-periòdiques que presenten propietats electromagnètiques exòtiques (en el sentit de que no existeixen a la natura) i controlables.

Segons la relació entre la longitud d'ona de la radiació aplicada i les dimensions de la cel·la unitat que forma l'estructura periòdica es pot realitzar una primera classificació de metamaterials. Si les dimensions són semblants a la longitud d'ona apareixen fenòmens d'interferència (efecte Bragg) que provoquen l'aparició de bandes de freqüència prohibides degut a que el medi és periòdic. Un exemple d'aquest comportament són els cristalls fotònics (*Photonic Band Gap*) i electromagnètics (*Electromagnetic Band Gap*). Si les dimensions característiques del material són molt menors que la longitud d'ona de la radiació incident, llavors podem parlar de medis efectius. L'ona electromagnètica interacciona amb el material en conjunt, com si fos uniforme, interaccionant amb l'estructura en conjunt i no amb les seves parts. Dins dels medis efectius tenim aquells que presenten valors efectius negatius de la permitivitat dielèctrica ( $\epsilon$ ) i/o de la permeabilitat magnètica ( $\mu$ ), el valor de les quals caracteritzen la propagació de les ones electromagnètiques en el medi. En el cas que només un dels dos paràmetres sigui negatiu es parla de *Single Negative Media*, que no permet la propagació d'ones electromagnètiques. No obstant si els ambdós paràmetres són negatius simultàniament, la propagació si és possible. Aquests medis són els anomenats *Double Negative Media* o també *Left-Handed Metamaterial*, o medis esquerrans.

L'any 1968, Veselago [i] publicava un article en el qual es feia un estudi merament teòric de les característiques de propagació d'un hipotètic medi que presenta com a paràmetres  $\epsilon$  i  $\mu$  negatius.

En funció dels possibles valors d'aquests dos paràmetres, podria fer-se una classificació dels diferents medis i estudiar la propagació en ells.



**Figura 1.1** Diagrama  $\epsilon - \mu$  per a la classificació de medis en funció del signe dels paràmetres que regulen la propagació de l'ona electromagnètica.

Com podem veure en la figura anterior el primer quadrant, on els dos paràmetres són positius i la constant de propagació real i positiva correspon als dielèctrics isòtrops. Al

segon quadrant es troben els medis on només la permitivitat és negativa, com són els plasmes i els metalls a freqüències òptiques. Al quart es situen els materials ferromagnètics, amb permeabilitat negativa. Al tercer quadrant és troben els materials que són d'interès en el present treball, amb ambdós paràmetres negatius.

Com ja va demostrar Veselago moltes de les propietats d'un medi esquerrà poden deduir-se analitzant les equacions de Maxwell (1.1):

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \\ \vec{D} &= \varepsilon \vec{E}\end{aligned}\tag{1.1}$$

Considerant una ona plana monocromàtica, podem escriure:

$$\begin{aligned}\vec{k} \times \vec{E} &= \frac{\omega}{c} \mu \vec{H} \\ \vec{k} \times \vec{H} &= \frac{\omega}{c} \varepsilon \vec{E}\end{aligned}\tag{1.2}$$

Si suposem que en la ona plana monocromàtica el camp elèctric oscil·la en la direcció y i el camp magnètic en la direcció z llavors substituint a l'equació 1.2 obtenim:

$$\begin{aligned}\vec{k} \times \vec{E} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ k_x & k_y & k_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = E_y k_x \vec{k} - E_z k_y \vec{i} = \frac{\omega}{c} \mu H_z \vec{k} \rightarrow k_z = 0 \\ \vec{k} \times \vec{H} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ k_x & k_y & k_z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = H_z k_y \vec{i} - H_x k_z \vec{j} = \frac{\omega}{c} \varepsilon E_y \vec{j} \rightarrow k_y = 0\end{aligned}\tag{1.3}$$

Amb la qual cosa podem comprovar que la única component del vector d'ona que no s'anul·la és la component x. Per tant si l'ona oscil·la en la direcció y i en la direcció z llavors com s'ha deduït l'ona viatjarà en la direcció x. Aleshores segons el signe de  $\varepsilon$  i  $\mu$  podem tenir propagació en el sentit positiu de l'eix x, aquest és el cas dels medis on  $\varepsilon$  i  $\mu$  són ambdós positius, o sigui medis dretans. I per altra banda propagació en el sentit negatiu de l'eix y i per tant medis esquerrans. Resumim el vector del camp elèctric i magnètic ( $\vec{E}$  i  $\vec{H}$ ) i el vector de propagació d'ona ( $\vec{k}$ ) formen un triplet esquerrà i no dretà, en els medis on  $\varepsilon$  i  $\mu$  són ambdós negatius. Per aquesta raó Veselago va anomenar a aquests tipus de medis com a medis esquerrans o *left-handed media* (LHM). Si ens fixem amb el vector de Poynting (equació 1.4), el qual ens indica el sentit de propagació del flux d'energia electromagnètica



$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H} \quad (1.4)$$

Podem veure que  $S$  sempre formen un triplet dretà amb els vectors de camp elèctric i magnètic, sigui quin sigui el signe dels paràmetres  $\varepsilon$  i  $\mu$ . Podem deduir per tant, que en els medis esquerrans els vectors  $\vec{S}$  i  $\vec{k}$  són antiparal·lels. Amb la qual cosa la velocitat de fase paral·lela al vector de propagació  $\vec{k}$  i la velocitat de grup paral·lela al flux d'energia tenen sentits oposats, és a dir, en medis esquerrans l'energia es propaga en una sentit determinat i l'ona en sentit contrari.

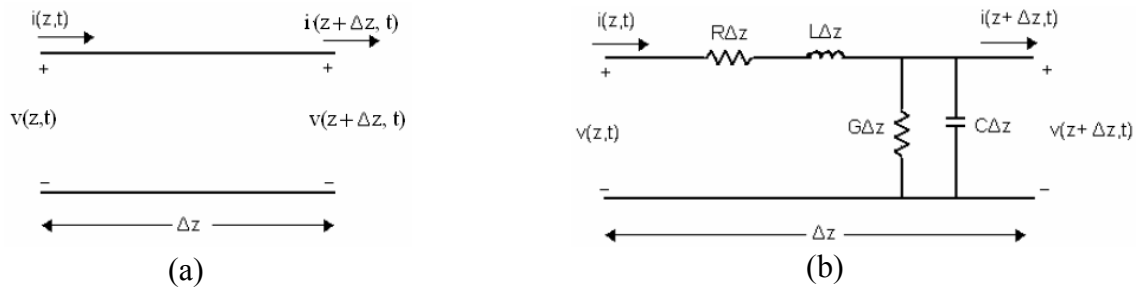
## 2. Línies de transmissió

La teoria de circuits considera que les dimensions dels circuits són molt menors que la longitud d'ona ( $\lambda$ ) del senyal amb el qual es treballa. Si  $\lambda$  és de l'ordre de les dimensions del circuit, s'ha de recórrer a la teoria de línies de transmissió ja que les aproximacions per a baixa freqüència (longituds d'ona grans en comparació a les dimensions del circuit), que assumeix propagació energètica instantània entre dos punts separats d'un mateix conductor, deixa de tenir sentit i es posen de manifest fenòmens de retard en la propagació. Així, es pot dir que una línia de transmissió és una xarxa de paràmetres distribuïts, on les tensions i corrents poden variar amb magnitud i fase al llarg de la línia.

Com ja va proposar Oliver Heaviside [ii], tota línia de transmissió es pot descriure com dos fils, dels qual podem escollir una part diferencial ( $\Delta z$ ) que vindrà modelada per un circuit d'elements discrets.

### 2.1. Línies de transmissió convencionals o dretanes

Per una línia de transmissió dretana (“normal”) tenim el següent model diferencial:



**Figura 2.1.1** (a) Línia de transmissió de 2 fils. (b) Circuit equivalent d'elements discrets.

on

$R$ : Resistència del conductor ( $\Omega/m$ )

$L$ : Inductància del conductor ( $H/m$ )

$G$ : Conductància en derivació, que representa les pèrdues del dielèctric ( $S/m$ )

$C$ : Capacitat d'acoblament entre els dos conductors ( $F/m$ )

Aplicant les lleis de Kirchhoff:

$$\begin{aligned} v(z, t) - R\Delta z \cdot i(z, t) - L\Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} - v(z + \Delta z, t) &= 0 \\ i(z, t) - G\Delta z \cdot v(z + \Delta z, t) - C\Delta z \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} - i(z + \Delta z, t) &= 0 \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

D'on obtenim (dividint per  $\Delta z$  i fent que  $\Delta z$  tendeixi a 0)

$$\begin{aligned}\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} &= -Ri(z,t) - L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \\ \frac{\partial i(z,t)}{\partial z} &= -Gv(z,t) - C \frac{\partial v(z,t)}{\partial t}\end{aligned}\tag{2.1.2}$$

En condicions estacionaries i considerant variacions de senyal de tipus sinusoidal:

$$\begin{aligned}\frac{dV(z)}{dz} &= -(R + j\omega L)I(z) \\ \frac{dI(z)}{dz} &= -(G + j\omega C)V(z)\end{aligned}\tag{2.1.3}$$

Per tant, derivant i agrupant termes:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) &= 0 \\ \frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) &= 0\end{aligned}\tag{2.1.4}$$

on  $\gamma$  és la constant de propagació complexa, formada per la constant d'atenuació ( $\alpha$ ), la qual està relacionada amb l'atenuació de la línia de transmissió, i per la constant de fase, relacionada amb la velocitat de fase:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}\tag{2.1.5}$$

Les solucions a les equacions (2.1.4) són les següents:

$$\begin{aligned}V(z) &= V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{+\gamma z} \\ I(z) &= I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{+\gamma z}\end{aligned}\tag{2.1.6}$$

on  $e^{-\gamma z}$  representa la propagació de l'ona electromagnètica en sentit  $+z$  i  $e^{+\gamma z}$ , la propagació en sentit  $-z$ . Combinant les equacions diferencials de tensió i corrent (equació 2.1.3) i les seves solucions (equació 2.1.6) tenim:

$$I(z) = \frac{\gamma}{R + j\omega L} [V_0^+ e^{-\gamma z} - V_0^- e^{+\gamma z}]\tag{2.1.7}$$

Amb la qual cosa podem definir la impedància característica com:

$$Z_0 = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (2.1.8)$$

on és fàcil comprovar que:

$$Z_0 = \frac{V_0^+}{I_0^+} = -\frac{V_0^-}{I_0^-} \quad (2.1.9)$$

Recordem que com a paràmetres d'interès tenim la longitud d'ona de la radiació electromagnètica en la línia ( $\lambda$ ), la velocitat de fase ( $v_p$ ) i la velocitat de grup ( $v_g$ ), les quals es poden calcular a partir del paràmetre  $\beta$  com és mostra a continuació:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (2.1.10)$$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.1.11)$$

$$v_g = \left( \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right)^{-1} \quad (2.1.12)$$

Si es considera que no hi ha pèrdues en la línia de transmissió ( $R = G = 0$ ) o sigui que el conductor no presenta un comportament resistiu i el dielèctric tampoc:

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \quad (2.1.13)$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (2.1.14)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.1.15)$$

Les expressions de la longitud d'ona, la velocitat de fase i la velocitat de grup queden reescrites per una línia de transmissió sense pèrdues com:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} \quad (2.1.16)$$

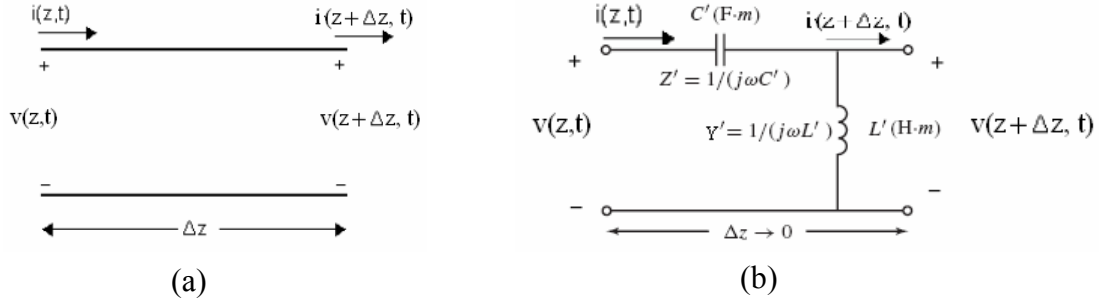
$$v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} > 0 \quad (2.1.17)$$

$$v_g = \frac{1}{\sqrt{LC}} > 0 \quad (2.1.18)$$

On podem veure de les equacions (2.1.17) i (2.1.18) que la velocitat de fase ( $v_p$ ) i la velocitat de grup ( $v_g$ ) són sempre definides positivament ja que la inductància de línia (L) i la capacitat d'acoblament (C) en una línia real són paràmetres definits positivament sempre. Per tant, una línia de transmissió com la que descrivim en la figura (2.1.1.) té una velocitat de fase i de grup associades positives i per tant, amb la mateixa direcció o sigui que l'energia i l'ona es propaguen en la mateixa direcció. Aquests tipus de línies les anomenem línies dretanes ja que com havíem observat en el capítol anterior, concretament en el desenvolupament de les equacions de Maxwell, aquest tipus de comportament on la velocitat de fase i la velocitat de grup són paral·leles succeeix en línies on el vector del camp elèctric i magnètic ( $\vec{E}$  i  $\vec{H}$ ) i el vector de propagació d'ona ( $\vec{k}$ ) formen un triplet dretà.

## 2.2. Línies de transmissió esquerranes

Ara igualment com s'ha fet abans, anem a presentar el model incremental per a una línia esquerrana hipotètica, on per motius de simplicitat s'ha considerat la línia sense pèrdues.



**Figura 2.2.1** (a) Línia de transmissió de 2 fils. (b) Circuit equivalent d'elements discrets.

Com podem veure en la figura 2.1.1., per tal d'implementar una línia esquerrana el que s'ha fet és substituir la inductància que apareix en el model incremental de la línia dretana (figura 2.1.1) per una capactància i a la inversa, la capactància de la línia dretana la substituïm per una inductància. Recordem que en aquest cas per simplicitat considerarem la línia sense pèrdues.

Cal fer notar que les primes que apareixen en la figura 2.2.1 representen la relació entre la impedància i la admitància per unitat de longitud, és a dir, que  $Z'[\Omega/m]$  i  $Y'[\Omega/m]$ . Per tant notar que les unitats de  $L'(H \cdot m)$  i  $C'(F \cdot m)$  asseguruen que  $Z'$  i  $Y'$  estiguin definides per unitat de longitud, o sigui  $\Omega/m$  i  $S/m$ , respectivament. Com  $Z(\Omega) = 1/[j\omega C(F)]$  implica  $Z'(\Omega/m) = 1/[j\omega C(F)\Delta z] = 1/[j\omega C'(F \cdot m)]$  on  $C' = C \cdot \Delta z$ ; similarment,  $Y(S) = 1/[j\omega L(H)]$  implica  $Y'(S/m) = 1/[j\omega L(H)\Delta z] = 1/[j\omega L'(H \cdot m)]$  on  $L' = L \cdot \Delta z$ .

Aplicant les lleis de Kirchhoff en condicions estacionaries i considerant variacions de senyal de tipus sinusoïdal llavors podem escriure:

$$I(z) - I(z + \Delta z) = I_L = V(z + \Delta z)Y' = \frac{V(z + \Delta z)}{j\omega L} = \frac{v(z + \Delta z)}{j\omega L'} \Delta z \quad (2.2.1)$$

$$V(z) - V(z + \Delta z) = V_C = I(z)Z' = \frac{I(z)}{j\omega C} = \frac{i(z)}{j\omega C'} \Delta z$$

D'on obtenim (dividint per  $\Delta z$  i fent que  $\Delta z$  tendeixi a 0)

$$\begin{aligned}\frac{dI(z)}{dz} &= -\frac{V(z)}{j\omega L'} \\ \frac{dV(z)}{dz} &= -\frac{I(z)}{j\omega C'}\end{aligned}\tag{2.2.2}$$

Per tant, derivant i agrupant termes:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) &= 0 \\ \frac{d^2 V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) &= 0\end{aligned}\tag{2.2.3}$$

on  $\gamma$  és la constant de propagació complexa.

$$\gamma = j\beta = \frac{1}{j\omega\sqrt{L'C'}} = -j\frac{1}{\omega\sqrt{L'C'}}\tag{2.2.4}$$

Les solucions a les equacions 2.2.3 són les que apareixen a continuació, les quals, com es pot comprovar són idèntiques a les solucions que obteníem en el cas d'una línia dretana

$$\begin{aligned}V(z) &= V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{+\gamma z} \\ I(z) &= I_0^+ e^{-\gamma z} + I_0^- e^{+\gamma z}\end{aligned}\tag{2.2.5}$$

Combinant les equacions diferencials de tensió i corrent (equació 2.2.2) i les seves solucions (equació 2.2.5) tenim:

$$\begin{aligned}-\frac{I(z)}{j\omega C'} &= \frac{dV(z)}{dz} = \gamma[-V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{+\gamma z}] \\ I(z) &= j\omega C' \gamma [V_0^+ e^{-\gamma z} - V_0^- e^{+\gamma z}]\end{aligned}\tag{2.2.6}$$

Amb la qual cosa podem definir la impedància característica com:

$$Z_0 = \frac{1}{j\omega C' \gamma} = \sqrt{\frac{L'}{C'}}\tag{2.2.7}$$

Que curiosament coincideix amb la impedància característica d'una línia dretana, veure equació 2.1.8.

Les expressions de la longitud d'ona, la velocitat de fase i la velocitat de grup queden reescrites:

$$\lambda = -2\pi\omega\sqrt{L'C'} \quad (2.2.8)$$

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = -\omega^2\sqrt{L'C'} < 0 \quad (2.2.9)$$

$$v_g = \left(\frac{\partial\beta}{\partial\omega}\right)^{-1} = +\omega^2\sqrt{L'C'} > 0 \quad (2.2.10)$$

Amb la qual cosa podem observar immediatament que la velocitat de fase i la velocitat de grup en una línia de transmissió com la que es pot veure en la figura 2.2.1 són antiparal·leles. La velocitat de fase ( $v_p$ ), associada a la direcció de propagació de l'ona o vector d'ona  $\beta$ , és negativa. D'altra banda la velocitat de grup ( $v_g$ ), associada a la direcció del flux d'energia o vector de Poynting  $S$ , és positiva. Per tant podem comprovar com la línia proposada anteriorment es comporta com una línia esquerrana, ja que la velocitat de propagació de l'ona i la velocitat de propagació de l'energia van en sentits contraris.

Aquestes consideracions revelen que una línia de transmissió esquerrana pot ser dissenyada com una estructura LC corresponent al model anterior (figura 2.2.1) en condicions tals que les dimensions de cada cel·la que forma l'estructura sigui del mateix ordre o inferior a la longitud d'ona de l'ona guiada ( $\lambda_g$ ).

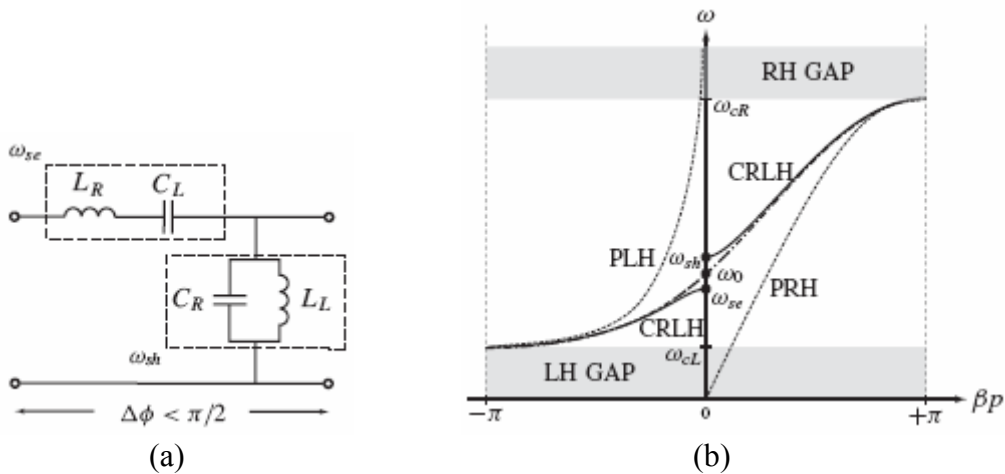
Resumint les diferències fonamentals entre una línia esquerrana i una línia dretana són: Com podem veure de l'equació 2.2.9 i l'equació 2.1.17

- La velocitat de fase en les línies esquerranes és negativa en canvi en les línies dretanes és positiva.
- La velocitat de fase en les línies esquerranes és proporcional a la freqüència al quadrat del senyal, en canvi en les línies dretanes la velocitat de fase és independent de la freqüència del senyal.
- En les línies dretanes si augmentem la freqüència la longitud d'ona disminueix (equació 2.1.16) en canvi en les línies esquerranes passa justament el contrària, si augmentem la freqüència la longitud d'ona també augmenta (equació 2.2.8).



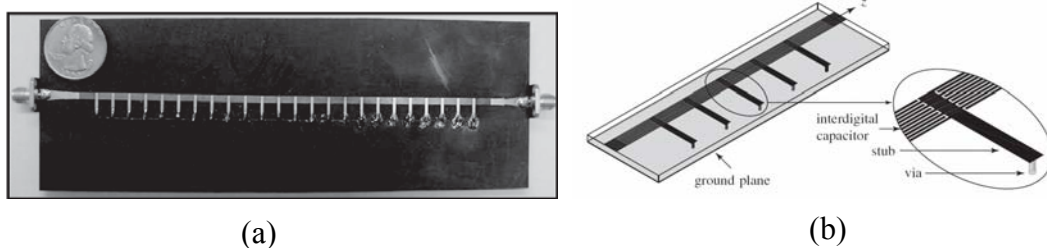
### 2.2.2. Línia metamaterial composta

El concepte de línia metamaterial composta *right/left-handed* (CRLH) o MTM, introduïda per Caloz et al. en [iii],[iv] sorgeix degut a la impossibilitat de fabricar línies purament esquerranes (figura 2.2.1) ja que físicament no poden existir. La qual cosa significa que el model considerat per descriure una línia metamaterial no és del tot precís, i per tal de poder suplir les carències del model utilitzat cal introduir un nou model, aquest model és el que es coneix com a model de la línia composta. No obstant això, el comportament d'una línia composta és esquerrà en un determinat rang de freqüències i per un altre rang de freqüències té un comportament dretà, amb la qual cosa ens permet descriure comportaments que el model purament dretà o el purament esquerrà no ens permeten descriure.



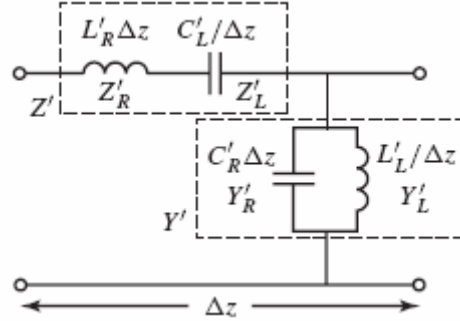
**Figura 2.2.2.1** (a) Esquema circuital d'una línia composta *right/left-handed* (CRLH) o MTM. (b) Diagrama de dispersió, on es mostra les corbes per a una línia purament esquerrana (PLH) ( $L_R = C_R = 0$ ) i per a una estructura purament dretana (PRH) ( $L_L = C_L = \infty$ ).

Seguint aquesta idea de línies compostes s'han realitzat diversos circuits per a microones [v], [vi]. Una implementació possible és la d'una línia *microstrip*, tal com és mostra a la figura 2.2.2.2

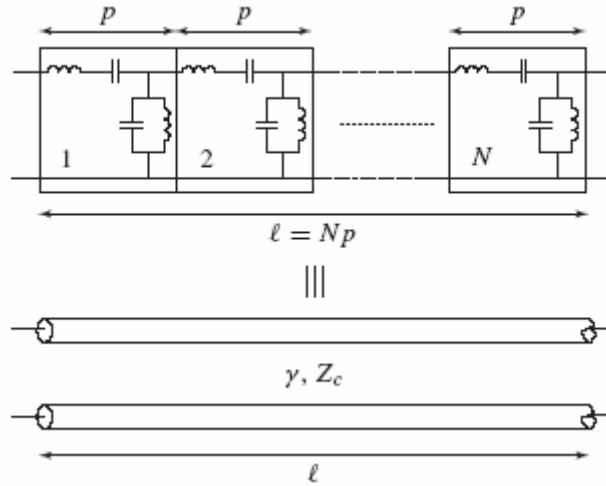


**Figura 2.2.2.2** Línia de transmissió CRLH basada en capacitats interdigitals i inductors a partir de "stubs" en derivació. (a) Prototipus format per 24 cel·les unitàries. (b) Esquema de la línia.

Aleshores el model incremental d'una línia CRLH correspon al dibuixat a la figura 2.2.2.3 , on podem veure com, per una part tenim la inductància i la capacitància ( $C_R$  i  $L_R$ ) de la línia dretana i a la vegada la inductància i la capacitància ( $C_L$  i  $L_L$ ) de la línia esquerrana.



**Figura 2.2.2.3** Model circuital equivalent per una línia ideal CRLH, on s'ha remarcat la impedància sèrie i l'admitància paral·lela.

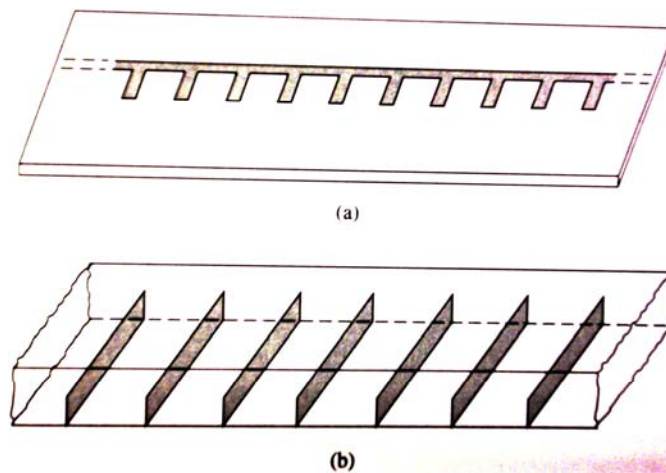


**Figura 2.2.2.4** Equivalència entre una xarxa periòdica carregada i una línia de transmissió de longitud  $l$  obtinguda en el límit  $p = \Delta z \rightarrow 0$ . Si  $p \neq 0$  però  $p < \lambda_g/4$ , la xarxa representa una bona aproximació de la línia de transmissió ideal, en un determinat rang de freqüències.

### 3. Estructures periòdiques

Com s'ha pogut observar anteriorment una xarxa periòdica pot donar lloc a una línia de transmissió, amb aquesta filosofia intentarem implementar el nostre filtre passabanda, però abans analitzarem el que entenem com a estructura periòdica.

Una línia de transmissió infinita o guia d'ona periòdicament carregada amb elements reactius és el que coneixem com estructura periòdica [vii]. Com es mostra en la figura 3.1.a una estructura periòdica pot tenir diferents formes depenent del tipus de línia de transmissió usada. Sovint els elements carregats estan formats per discontinuïtats en la línia de transmissió, però en alguns casos poden ser descrits com els elements reactius a través de la línia de transmissió (figura 3.1.b).



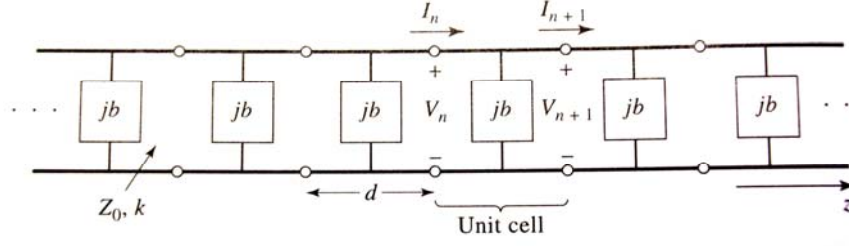
**Figura 3.1** Exemple d'estructures periòdiques. (a) *Stubs* distribuïts periòdicament en la línia *microstrip*. (b) Obertures periòdiques en una guia d'ones.

#### 3.1 Anàlisi d'estructures periòdiques infinites

Les característiques de propagació d'una línia de transmissió infinita i periòdicament carregada, com es mostra en la figura 3.1.1., on cada cel·la unitat de la línia, de longitud  $d$ , té una susceptància paral·lela a través del punt mig de la mateixa, figura 3.1.1. Si ara considerem la línia infinita com la formada per una cascada de biports idèntics, podem relacionar el voltatge i el corrent dels ports en les  $n$  cel·les unitats usant la matriu ABCD donada per:

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \quad (3.1.1)$$

on  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , i  $D$  són els paràmetres de la matriu per una cascada de seccions (biports) de longituds  $d$ .



**Figura 3.1.1.** Circuit equivalent per una línia de transmissió periòdicament carregada. La línia no carregada té com impedància característica  $Z_0$  i constant de propagació  $k$ .

Ara considerant variacions de senyal de tipus sinusoidal i suposant que l'ona es propaga en la direcció  $-z$  (línia esquerrana) tenim:

$$\begin{aligned} V(z) &= V(0)e^{-\gamma z} \\ I(z) &= I(0)e^{-\gamma z} \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

Agafant com a referència de fase  $z = 0$ . Si l'estructura és infinitament llarga, la tensió i el corrent en cadascun dels  $n$  terminals pot diferir del voltatge i corrent del terminal  $n+1$  solament pel factor de propagació,  $e^{-\gamma d}$ , on  $d$  és la longitud de cada cel·la. Per tant:

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= V_n e^{-\gamma d} \\ I_{n+1} &= I_n e^{-\gamma d} \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

Usant el resultat anterior en l'equació 3.1.1 tenim la següent igualtat:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{n+1} e^{+\gamma d} \\ I_{n+1} e^{+\gamma d} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} A - e^{+\gamma d} & B \\ C & D - e^{+\gamma d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} &= 0 \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

La solució de la qual ve determinada per els punts on el determinant s'anul·la. I aquests punts venen donats per l'equació:

$$AD + e^{+2\gamma d} - (A + D)e^{+\gamma d} - BC = 0 \quad (3.1.5)$$

a més, com es tracta d'una xarxa recíproca tenim:

$$AD - BC = 1 \quad (3.1.6)$$

Per tant substituint a l'equació 3.1.5 :

$$1 + e^{+2\gamma d} - (A + D)e^{+\gamma d} = 0$$

$$e^{+\gamma d} + e^{-\gamma d} = A + D \quad (3.1.7)$$

$$\cosh \gamma d = \frac{A + D^{(1)}}{2} = A$$

(1) on s'ha considerat que la cel·la és simètrica i per tant  $A = D$ .

Ara ja estem preparats per poder obtenir l'equació de dispersió d'una estructura periòdica. Recordem que la constant de propagació ( $\gamma$ ) la podem escriure com:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (2.1.5)$$

Per tant substituint  $\gamma$  en l'equació (3.1.7) i utilitzant una igualtat notable del cosinus hiperbòlic, obtenim:

$$\cosh \gamma d = \cosh \alpha d \cdot \cos \beta d + j \sinh \alpha d \cdot \sin \beta d \quad (3.1.8)$$

Per altra banda, com el costat esquerre de la igualtat és real això només pot passar si  $\alpha = 0$  o  $\beta = 0$  ja que d'aquesta forma la part imaginària s'anul·la.

A més, per tal de tenir transmissió total s'ha de satisfer que  $\alpha = 0$ . Recordem que el que estem intentant implementar és un filtre passabanda i per tant en la banda passant, sembla lògic imposar conducció total.

Finalment el que ens queda després de fer totes les substitucions és:

$$\cosh \gamma d = \cos \beta d = \frac{A + D}{2} = A$$

$$\cos \beta d = A \quad (3.1.9)$$

La qual ens dona l'equació de dispersió per una xarxa recíproca i on les cel·les unitat són idèntiques i simètriques.

### 3.2. Determinació del comportament dretà o esquerrà d'una línia de transmissió

El següent punt és determinar de forma senzilla si una estructura periòdica és esquerrana o dretana. Ja sabem que una estructura esquerrana es caracteritza per tenir una velocitat de fase negativa, en canvi una línia dretana té una velocitat de fase positiva. Però seria interessant poder determinar el comportament d'una línia simplement basant-se en la periodicitat de la línia de transmissió. Per tant, l'objectiu d'aquesta part de la memòria és desenvolupar un mètode el qual ens permeti diferenciar de forma senzilla entre una línia dretana i una esquerrana.

Per tal de fer això comencem considerant una línia de transmissió qualsevol, dretana o esquerrana, la qual no té pèrdues i per tant la matriu de paràmetres distribuïts  $S$  que la descriu compleix:

$$S^+ S = 1 \quad (3.2.1)$$

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}^+ \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} S_{11}^* & S_{21}^* \\ S_{12}^* & S_{22}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

O sigui que les components de la matriu  $S$  compleixen:

$$\left. \begin{aligned} S_{11}^* S_{11} + S_{21}^* S_{21} &= 0 \\ S_{11}^* S_{12} + S_{21}^* S_{22} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \\ S_{11}^* S_{12} + S_{21}^* S_{22} = 0 \end{cases} \quad (3.2.2)$$

Per altra banda podem definir les components de la matriu  $S$  per una xarxa recíproca i simètrica com:

$$\begin{aligned} S_{11} &= S_{22} = \text{Re}^{j\phi_R} \\ S_{12} &= S_{21} = T e^{j\phi_T} \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Que substituint a les equacions anteriors tenim:

$$\begin{aligned} T^2 + R^2 &= 1 \\ \text{Re}^{-j\phi_R} T e^{j\phi_T} + T e^{-j\phi_T} \text{Re}^{j\phi_R} &= 0 \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

I desenvolupant l'equació 3.2.4:

$$\begin{aligned} R T e^{j(\phi_T - \phi_R)} + R T e^{-j(\phi_T - \phi_R)} &= 0 \\ e^{j(\phi_T - \phi_R)} &= -e^{-j(\phi_T - \phi_R)} \\ e^{j(\phi_T - \phi_R)} &= e^{-j(\phi_T - \phi_R \pm \pi)} \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

$$2\phi_R = 2\phi_T \pm \pi \quad \phi_R = \phi_T \pm \pi/2$$

Si ara considerem la definició de l'element A de la matriu ABCD i la vinculem amb els paràmetres S anteriors tenim:

$$A = \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{2S_{21}} \quad (3.2.6)$$

$$\frac{(1 + \text{Re}^{j\phi_R})(1 + \text{Re}^{j\phi_R}) + T^2 e^{j2\phi_T}}{2Te^{j\phi_T}} = \frac{(1 - R^2 e^{j2\phi_R}) + T^2 e^{j2\phi_T}}{2Te^{j\phi_T}}$$

Aplicant l'equació 3.2.5:

$$\frac{(1 - R^2 e^{j2(\phi_T \pm \pi/2)}) + T^2 e^{j2\phi_T}}{2Te^{j\phi_T}}$$

$$\frac{(1 - R^2 e^{j2\phi_T} e^{\pm j\pi}) + T^2 e^{j2\phi_T}}{2Te^{j\phi_T}} \quad (3.2.7)$$

$$\frac{1 + R^2 e^{j2\phi_T} + T^2 e^{j2\phi_T}}{2Te^{j\phi_T}}$$

I aplicant l'equació 3.2.4:

$$\frac{1 + e^{j2\phi_T}}{2Te^{j\phi_T}} = \frac{e^{j\phi_T} + e^{-j\phi_T}}{2T} = \frac{\cos \phi_T}{T} \quad (3.2.8)$$

Per tant, recordant d'on venia l'equació 3.2.8 obtenim que:

$$A = \frac{\cos \phi_T}{T} \quad (3.2.9)$$

Si ara recuperem l'equació de dispersió que obteníem per una línia periòdica recíproca i simètrica donada per l'equació 3.1.9 i substituïm l'element anterior A, llavors:

$$\cos(\beta d) = \frac{\cos \phi_T}{T} \quad (3.2.10)$$

Per altra banda, la velocitat de grup es defineix com:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} \quad (2.1.12)$$

Derivant l'equació 3.2.10 a ambdós costats, respecte  $\omega$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial(\beta d)} \cos(\beta d) \frac{\partial(\beta d)}{\partial \omega} &= \frac{\partial}{\partial \phi_T} \left( \frac{\cos \phi_T}{T} \right) \frac{\partial \phi_T}{\partial \omega} \Rightarrow -\sin(\beta d) \frac{\partial(\beta d)}{\partial \omega} = \frac{-\sin \phi_T}{T} \frac{\partial \phi_T}{\partial \omega} \\ \frac{d}{v_g} &= \frac{1}{T} \frac{\sin \phi_T}{\sin(\beta d)} \frac{\partial \phi_T}{\partial \omega} \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

Com que per qualsevol medi de transmissió ja sigui esquerrà o dretà es compleix:

$$\begin{aligned} v_g &> 0 \\ \frac{\partial \phi_T}{\partial \omega} &< 0 \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

Llavors, l'equació 3.2.11, suposant transmissió total ( $T=1$ ), només pot ser vàlida si:

$$\frac{\sin \phi_T}{\sin(\beta d)} < 0 \quad (3.2.13)$$

o sigui de 3.2.10 en condicions de transmissió total:

$$\phi_T = +\beta d \quad \text{o} \quad \phi_T = -\beta d \quad (3.2.14)$$

I per tal que es pugui complir la condició fixada per l'equació 3.2.13 llavors s'ha d'acomplir:

$$\phi_T = -\beta d \quad (3.2.15)$$

Per tant, podem concloure que en condicions de transmissió total si  $\phi_T > 0$  llavors  $\beta$  ha de tenir un valor negatiu, ja que la distància  $d$  està sempre definida positivament. En canvi si  $\phi_T < 0$  llavors  $\beta$  ha de tenir un valor positiu.

Recordant l'expressió de la velocitat de fase ( $v_p$ ) tenim que:

$$\text{Si } \phi_T > 0 \text{ llavors } \beta < 0 \text{ i per tant } v_p = \frac{\omega}{\beta} < 0 \text{ línia esquerrana} \quad (3.2.16)$$

$$\text{Si } \phi_T < 0 \text{ llavors } \beta > 0 \text{ i per tant } v_p = \frac{\omega}{\beta} > 0 \text{ línia dretana}$$



No obstant, la cosa no és tant senzilla ja que el resultat que hem obtingut en el punt anterior és vàlid si considerem simplement la línia de transmissió, en cap moment no s'han tingut en compte les connexions d'entrada a la línia. Per tal de tenir en compte aquestes parts, en principi no menyspreables, suposem que aquests accessos a la línia solament introdueixen un desfasament  $\theta$ , el qual és independent de la longitud de la línia si els accessos a la línia són iguals. D'aquesta forma (3.2.15) ens queda:

$$\phi_T = -\beta d + \theta \quad (3.2.17)$$

Suposem ara dues línies iguals però amb diferent nombre d'etapes o sigui:

$$d_1 = nd \quad \text{i} \quad d_2 = md \quad (3.2.18)$$

on em escollit  $m > n$

Aleshores si fem:

$$\frac{\Delta\phi_T}{\Delta d} = \frac{\phi_{T_2} - \phi_{T_1}}{d_2 - d_1} = \frac{-\beta md + \theta - (-\beta nd + \theta)}{md - nd} = \frac{-\beta(md - nd)}{md - nd} = -\beta \quad (3.2.19)$$

Per tant podem concloure que en una línia esquerrana si s'augmenta la longitud de la línia la fase també augmenta (equació 3.2.19), això significa que com més llarga és la longitud de la línia més positiva és la fase. En canvi per una línia dretana passa justament el contrari, la fase es fa més negativa a mesura que s'augmenta la longitud de la línia.

$$\text{Si } \frac{\Delta\phi_T}{\Delta d} > 0 \text{ llavors } \beta < 0 \text{ línia esquerrana} \quad (3.2.20)$$

$$\text{Si } \frac{\Delta\phi_T}{\Delta d} < 0 \text{ llavors } \beta > 0 \text{ línia dretana}$$

A més, recordant la definició de longitud d'ona (equació 2.1.10) i la seva relació amb la constant de propagació :

$$\frac{\Delta\phi_T}{\Delta d} = \frac{\phi_{T_2} - \phi_{T_1}}{d_2 - d_1} = -\beta = -\frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.2.21)$$

Aquest resultat ens resulta útil si volem mesurar la longitud d'ona  $\lambda$  que tenim en una línia de transmissió qualsevol, la qual cosa podem fer de la següent manera:

$$\lambda = -2\pi \frac{d_2 - d_1}{\phi_{T_2} - \phi_{T_1}} \approx \left| 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\phi_{T_2} - \phi_{T_1}} \right| \quad (3.2.22)$$

on s'ha utilitzat el mòdul ja que segons es tracti d'una línia esquerrana o dretana el resultat serà positiu o negatiu i la longitud d'ona és una magnitud definida positivament.

També podem veure que passa si fem:

$$\frac{\partial \phi_T}{\partial \omega} \quad (3.2.23)$$

Per tant substituint per l'equació 3.2.17, obtenim el següent resultat:

$$\frac{\partial \phi_T}{\partial \omega} = \frac{-\partial(\beta md + \theta)}{\partial \omega} = -md \frac{\partial \beta}{\partial \omega} - \frac{\partial \theta}{\partial \omega} = -\frac{md}{v_g} - \xi \quad (3.2.24)$$

Resultat previsible, ja que com havíem enunciat en l'equació 3.2.12, sempre ha de tenir valor negatiu, tant si es tracta d'una línia esquerrana com dretana. A més ens indica que a mesura que  $m$  augmenta, o sigui, que fem la línia més llarga el pendent que representa l'equació 3.2.24 també augmenta. Notar que hem suposat que la  $v_g$  no depèn de la longitud de la línia, la qual cosa és d'esperar.

D'altra banda, anem a veure que passa amb la fase  $\beta d$  al augmentar la longitud de la línia.

$$\frac{\Delta \beta d}{\Delta d} = \beta \quad (3.2.25)$$

on s'ha suposat que  $\beta$  no depèn de la longitud de la línia.

Per tant en una línia esquerrana quan augmentem la longitud de la línia llavors la fase  $\beta d$  disminueix, en canvi si es tracta d'una línia dretana augmenta:

$$\begin{aligned} \text{Si } \frac{\Delta \beta d}{\Delta d} < 0 \text{ llavors } \beta < 0 \text{ línia esquerrana} \\ \text{Si } \frac{\Delta \beta d}{\Delta d} > 0 \text{ llavors } \beta > 0 \text{ línia dretana} \end{aligned} \quad (3.2.26)$$

A més podem fer la identificació:

$$\frac{\Delta \beta d}{\Delta d} = \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.2.27)$$

Aquest resultat ens resulta útil si volem mesurar la longitud d'ona  $\lambda$  que tenim en una línia de transmissió qualsevol, la qual cosa podem fer de la següent manera:

$$\lambda = 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\beta d_2 - \beta d_1} = \left| 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\phi_2 - \phi_1} \right| \quad (3.2.28)$$

on s'ha utilitzat el mòdul ja que segons es tracti d'una línia esquerrana o dretana el resultat serà positiu o negatiu i la longitud d'ona és una magnitud definida positivament.

Per finalitzar, estudiem què passa amb la variació de la fase en variar la freqüència.

$$\frac{\partial \beta d}{\partial \omega} = d \frac{\partial \beta}{\partial \omega} = \frac{d}{v_g} \quad (3.2.29)$$

Amb la qual cosa, en una línia tant esquerrana com dretana quan augmentem la freqüència del senyal llavors la fase  $\beta d$  també augmenta.

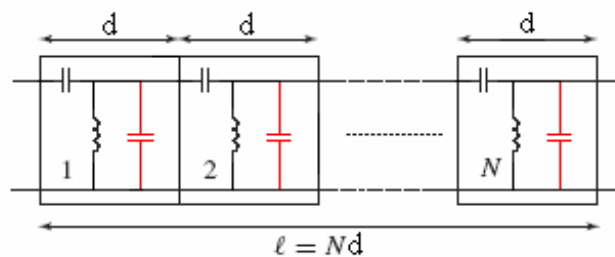
Cal matisar que l'analitzador de xarxes HP 8720ET ens permet mesurar la fase de  $S_{21}$  o sigui  $\phi_T$ . Aleshores si volem realitzar una mesura experimental de  $\beta d$  haurem d'utilitzar l'equació 3.2.10, reescrita de la següent manera:

$$\beta d \equiv \phi = \arccos\left(\frac{\cos \phi_T}{|S_{21}|}\right) \quad (3.2.30)$$

## 4. Presentació de l'estructura dissenyada

Recordem que una estructura purament esquerrana físicament no pot existir, per tant ara del que es tracta és intentar dissenyar una línia que s'aproximi el més possible a una estructura esquerrana i a més tingui un comportament passabanda.

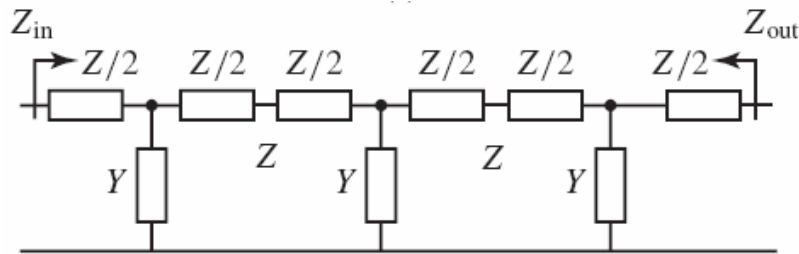
Sabem que una línia convencional (dretana) carregada periòdicament amb una capacitat al terra es comporta com un filtre de rebuig de banda, per tant, com s'ha pogut anar veient en els anteriors capítols, una estructura dretana i una estructura esquerrana aparentment tenen la mateixa estructura, simplement intercanviant la capacitància per una inductància i la inductància per una capacitància passem d'una línia esquerrana a una línia dretana. A més, com ja sabem el comportament electromagnètic d'aquestes estructures és bàsicament oposat. Per tant si una línia dretana periòdicament carregada amb una capacitat al terra té un comportament de rebuix de banda, sembla lògic suposar que una línia esquerrana periòdicament carregada amb una capacitat al terra ha de tenir un comportament completament oposat a un filtre de rebuig de banda o sigui ha de comportar-se com un filtre passabanda.



**Figura 4.1** Circuit equivalent per a una línia de transmissió esquerrana carregada periòdicament amb una capacitat al terra (vermell).

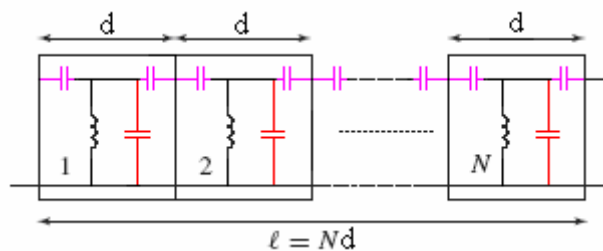
## 4.1. Anàlisi de l'estructura dissenyada

El següent pas consistirà en reinterpretar el circuit equivalent mostrat en la figura 4.1 d'una estructura periòdicament carregada, de tal forma que només ens intervinguin impedàncies i admitàncies i presentin una estructura com la que es mostra en la figura 4.1.1.



**Figura 4.1.1** Línia de transmissió formada per tres cel·les simètriques

Per tant, ara el que hem de fer és reescriure el circuit de la figura 4.1 per tal de poder tenir la mateixa estructura que la figura 4.1.2.



**Figura 4.1.2** Circuit equivalent per a una línia de transmissió esquerrana carregada periòdicament amb una capacitat al terra (vermell) on s'ha desdoblada la capacitat sèrie "negra" de la figura 4.1 en dues capacitats (magenta).

Recordem que una línia purament esquerrana no la podem fabricar, és físicament impossible, per tant hauríem de treballar amb el model de la línia CRLH [iii].

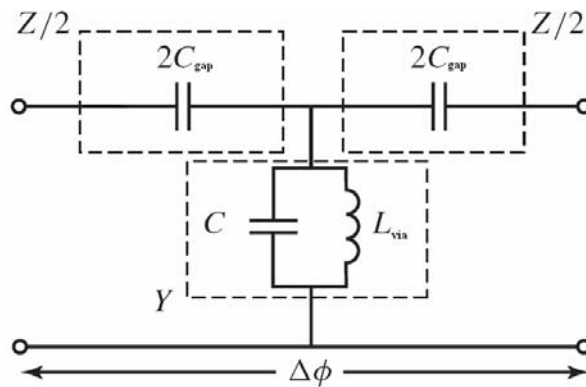
Si ens fixem a la cel·la base de la línia CRLH (figura 2.2.2.3) i la cel·la base per a una línia de transmissió esquerrana carregada periòdicament amb una capacitat al terra (figura 4.1) podem veure que la única diferència és que en la cel·la base de la línia CRLH apareix una inductància sèrie que en el cas de la cel·la base per formar l'estructura passabanda no apareix. D'altra banda puntualitzar que normalment la inductància sèrie és deguda a un comportament paràsit de l'estructura el qual en l'estructura proposada en aquest treball s'ha evitat, a més per poder aconseguir el comportament passabanda no ens interessa tenir una inductància sèrie, tant si és "real" com paràsita.

Com podem veure en la figura (4.1.1), aquesta línia està formada per 3 cel·les idèntiques connectades en cascada, cadascuna de les quals ve caracteritzada per una matriu ABCD com la que podem observar en la fórmula 4.1.1. Cal fer notar que aquesta matriu ABCD és una peça molt important en el procés d'extracció dels paràmetres de disseny del filtre

passabanda. Recordem que les matrius ABCD són molt útils quan es treballa amb un conjunt de biports connectats en cascada.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \left( 1 + \frac{ZY}{4} \right) \\ Y & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.1.1)$$

Ara anem a veure com queda la cel·la bàsica per la nostra línia de transmissió, recordem que totes les cel·les són idèntiques. Comparant la figura 2.2.2.4 i la figura 4.1.2 podem veure en aquesta última que la inductància sèrie no apareix i que la capacitat sèrie s'ha desdoblada en dues amb la qual cosa el valor que prenen cadascuna d'elles és el doble.

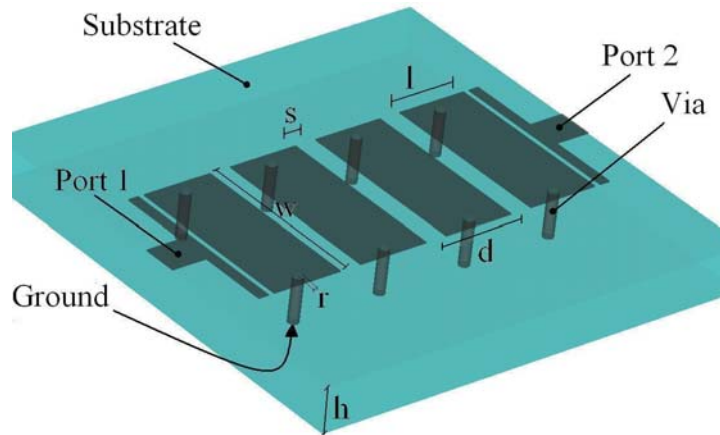


**Figura 4.1.3** Cel·la bàsica de la línia de transmissió utilitzada per tal de realitzar el filtre passabanda.

Finalment del que es tracta és de presentar l'estructura física de la línia de transmissió la qual vindrà descrita circuitalment per la figura 4.1.2. L'estructura física de la guia d'ona proposada està descrita en la figura 4.1.4, Com podem observar, el dispositiu està format per un conjunt de línies *microstrip* amb vies connectades al terra pels extrems, simètricament distribuïdes al llarg de tota la línia.

Aleshores només ens queda justificar l'estructura física proposada per al model circuital de la figura 4.1.2, el qual tindrà que ser capaç de descriure el comportament passabanda de la línia de transmissió proposada.

Com podem observar de la figura (4.1.4) la cel·la unitat que forma la línia de transmissió físicament correspon a tot el dispositiu inclòs dintre la longitud  $d$ . Òbviament la capacitat sèrie ( $C_{sèrie}$ ) correspon a la capacitat deguda a la discontinuïtat de la línia. D'altra banda, encara que no tant obvi però fàcilment comprensible, s'ha ignorat la contribució de la inductància sèrie ( $L_{sèrie}$ ), cal fer notar que la discontinuïtat causant de  $C_{sèrie}$  no ens introdueix cap inductància paràsita, a més la línia *microstrip* degut a la distribució de corrents que es dona (figura 6.3.1) no ens introdueix una inductància sèrie paràsita. Pel que fa a l'admitància formada per la capacitat paral·lela ( $C_{paral·lela}$ ) deguda principalment a la capacita plano-paral·lela que ens introdueix la línia *microstrip* amb el terra i una petita contribució deguda a la discontinuïtat de la línia. Finalment la inductància paral·lela bàsicament ve introduïda per la via ( figura 6.3.1 ) ja que la contribució de la línia *microstrip* negligible.



**Figura 4.1.4** Representació física de la línia de transmissió formada per 4 cel·les. On  $l$  és la longitud de la línia *microstrip*  $W$  l'amplada;  $s$  la separació de les línies *microstrip*, o sigui el tamany del gap;  $r$  el radi de la via cilíndrica i  $h$  el gruix del substrat.

Per tant la impedància ( $Z$ ) i l'admitància ( $Y$ ) en el nostre cas la podem escriure:

$$Z = \frac{1}{j\omega C_{gap}} \quad (4.1.2)$$

$$Y = j\omega C + \frac{1}{j\omega L_{via}} = \frac{1 - \omega^2 C \cdot L_{via}}{j\omega L_{via}}$$

## 4.2. Obtenció de les equacions de disseny

Fins ara, el que s'ha fet és descriure la línia de transmissió proposada. Ara el que necessitem és extreure unes equacions de disseny per tal que la línia aquí proposada és comporti com un filtre passabanda. Per tant, per poder especificar les característiques del filtre passabanda tenim que relacionar les tres variables del model circuital ( $C_{gap}$ ,  $L_{via}$  i  $C$ ) que apareixen en la figura (4.1.3) i relacionar-les amb tres paràmetres que defineixin el comportament d'un filtre passabanda, notar que d'aquesta manera tenim un sistema de tres equacions i tres incògnites i per tant és completament determinat.

Un filtre passabanda, està definit per una freqüència central la qual anomenem  $\omega_0$ , aquest, per tant serà el primer paràmetre de disseny. El segon paràmetre de disseny serà l'ample de banda fraccional del filtre, o sigui, l'interval de freqüències en les que el dispositiu condueix, que denotarem per FBW. I per finalitzar, l'últim paràmetre és la impedància de carrega ( $Z_L$ ) a la qual té que estar adaptada la línia de transmissió, normalment 50 ohms. Remarquem que aquest valor és important ja que si la línia no està adaptada no pot haver-hi transferència màxima de potència a la carrega la qual cosa en la banda pasant no ens interessa.

Cal fer notar que no s'ha definit un rissat màxim a la banda de pas del filtre, com usualment es sol fer. Això es degut a que el comportament passabanda de la línia de transmissió és degut a carregar periòdicament una línia de transmissió infinitament llarga, és a dir, la disposició periòdica dels elements circuital és la que atorga un comportament passabanda i per tant en principi no hauria d'aparèixer un rissat a la banda passant.

Ara del que es tracta és d'obtenir unes equacions de disseny. Començarem reescriuint l'equació de dispersió per a una estructura periòdica on les cel·les són recíproques i simètriques.

$$\cos \beta d = A = 1 + \frac{ZY}{2} = 1 + \frac{\frac{1}{j\omega C_{gap}} \frac{1 - \omega^2 CL_{via}}{j\omega L_{via}}}{2} = 1 + \frac{\omega^2 CL_{via} - 1}{2\omega^2 C_{gap} L_{via}} \quad (4.2.1)$$

on s'ha utilitzat la relació que existeix entre l'element A de la matriu ABCD de la cel·la unitat amb els elements reactius que la descriuen.

D'altra banda com la funció cosinus està definida sempre entre -1 i 1 tenim:

$$-1 \leq \cos \beta d \leq 1 \quad (4.2.2)$$

Que substituïnt per l'equació 4.2.1:

$$-1 \leq 1 + \frac{\omega^2 CL_{via} - 1}{2\omega^2 C_{gap} L_{via}} \leq 1 \quad (4.2.3)$$

Per tant anem a resoldre la inequació en funció de  $\omega$  per tal de poder trobar l'interval on es compleix l'equació 4.2.3.



Per una part tenim:

$$1 + \frac{\omega^2 CL_{via} - 1}{2\omega^2 C_{gap} L_{via}} \leq 1 \rightarrow \frac{\omega^2 CL_{via} - 1}{2\omega^2 C_{gap} L_{via}} \leq 0 \rightarrow \omega^2 CL_{via} - 1 \leq 0 \quad (4.2.4)$$

$$\omega \leq \frac{1}{\sqrt{C \cdot L_{via}}} \equiv \omega_h$$

Aquest freqüència la definim, com a freqüència alta ( $\omega_h$ ), o sigui aquesta freqüència serà la que correspondrà a la freqüència alta del passabanda dissenyat.

I per l'altra banda:

$$-1 \leq 1 + \frac{\omega^2 CL_{via} - 1}{2\omega^2 C_{gap} L_{via}} \rightarrow -4C_{gap} L_{via} \leq \frac{\omega^2 CL_{via} - 1}{\omega^2} = CL_{via} - \frac{1}{\omega^2} \rightarrow 4C_{gap} L_{via} + CL_{via} \geq \frac{1}{\omega^2} \quad (4.2.5)$$

$$\omega \geq \frac{1}{\sqrt{4C_{gap} L_{via} + C \cdot L_{via}}} \equiv \omega_l$$

on ara s'ha definit aquesta freqüència com a freqüència baixa ( $\omega_l$ ), aquesta freqüència correspondrà a la freqüència baixa de filtre passabanda.

És fàcil comprovar que si  $C_{gap}$ ,  $L_{via}$ ,  $C$  són positius, la qual cosa és lògic imposar, llavors sempre es complirà que  $\omega_l < \omega_h$ . Per tant podem veure com ens queda definit un interval en el qual tenim transmissió donat per l'equació de dispersió.

A més per una estructura periòdica és convenient definir la impedància característica  $Z_{Bloch}$ , la qual en estructures en T, com la que apareix en la figura (4.1.3) pot escriure's com:

$$Z_B = \sqrt{Z_s(Z_s + 2Z_p)} \quad (4.2.6)$$

on  $Z_s$  i  $Z_p$  respectivament corresponen a la impedància sèrie i paral·lel.

Per tant substituint  $Z_s$  i  $Z_p$  per els components circuitals tenim:

$$Z_B = \sqrt{\frac{1}{2C_{gap} j\omega} \left( \frac{1}{2C_{gap} j\omega} + 2 \frac{j\omega L_{via}}{1 - \omega^2 CL_{via}} \right)} = \sqrt{-\frac{1}{4C_{gap}^2 \omega^2} + \frac{L_{via}}{C_{gap} (1 - \omega^2 CL_{via})}} \quad (4.2.7)$$

Un altre càlcul interessant consisteix en determinar en quins punts  $Z_{\text{Bloch}}$  és real, amb la qual cosa, com més tard veurem, podrem ser capaços d'adaptar a una carrega  $Z_L$  real. És fàcil veure que per valors de  $\omega$  donats per l'equació 4.2.7 que compleixen la condició expressada en la inequació 4.2.8 tenim  $Z_{\text{Bloch}}$  imaginari ja que com el primer sumant és negatiu, aquesta expressió imposa que el segon sumand sigui negatiu.

$$\omega \geq \frac{1}{\sqrt{CL_{\text{via}}}} \quad (4.2.8)$$

on el valor més petit de la desigualtat correspon a la freqüència alta  $\omega_h$

I si ens fixem en l'interval en que la impedància Bloch és positiva tenim:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4C_{\text{gap}}^2\omega^2} + \frac{L_{\text{via}}}{C_{\text{gap}}(1-\omega^2CL_{\text{via}})} \geq 0 &\rightarrow \frac{L_{\text{via}}}{C_{\text{gap}}(1-\omega^2CL_{\text{via}})} \geq \frac{1}{4C_{\text{gap}}^2\omega^2} \rightarrow \\ 4L_{\text{via}}C_{\text{gap}}\omega^2 \geq 1-\omega^2CL_{\text{via}} &\rightarrow \omega^2(4C_{\text{gap}}L_{\text{via}} + CL_{\text{via}}) \geq 1 \rightarrow \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

$$\omega \geq \frac{1}{\sqrt{4C_{\text{gap}}L_{\text{via}} + CL_{\text{via}}}}$$

on el valor més petit de la desigualtat correspon a la freqüència baixa  $\omega_l$ , per tant podem veure que  $Z_{\text{Bloch}}$  és positiva en la banda passant compresa entre  $\omega_h$  i  $\omega_l$ .

Recopilant les últimes equacions podem veure que ja ens ha aparegut la freqüència central del filtre passabanda ( $\omega_0$ ), relacionada amb els components circuitals del model de la cel·la base, com podem veure:

$$\omega_0 = \frac{\omega_h + \omega_l}{2}$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{\frac{1}{CL_{via}}} + \sqrt{\frac{1}{4C_{gap}L_{via} + CL_{via}}}}{2}$$
(4.2.10)

D'altra banda també hem obtingut la relació entre l'ample de banda fraccional (FBW) i els components circuitals,

$$FBW = \frac{\omega_h - \omega_l}{\omega_0}$$

$$FBW = \frac{\sqrt{\frac{1}{CL_{via}}} - \sqrt{\frac{1}{4C_{gap}L_{via} + CL_{via}}}}{\frac{\sqrt{\frac{1}{CL_{via}}} + \sqrt{\frac{1}{4C_{gap}L_{via} + CL_{via}}}}{2}}$$
(4.2.11)

Finalment imposen la darrera condició per tal de poder tenir completament determinat el nostre sistema. Recordem que un dels paràmetres que tenim que saber és el valor de la impedància de carrega ( $Z_L$ ) a la qual tenim que adaptar la línia de transmissió. A més tenim que per una línia periòdica el coeficient de reflexió ve donat per l'equació:

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_B}{Z_L + Z_B}$$
(4.2.12)

Per tant, per no tenir reflexions s'ha d'acomplir que  $\Gamma = 0$ , la qual cosa només es pot aconseguir si imposen:

$$Z_L = Z_B$$
(4.2.13)

Aleshores, extreurem la relació entre la impedància de carrega ( $Z_L$ ) i els components circuitalts de la cel·la base. Per tal de poder començar, reescrivim l'equació (4.2.13) tal i com es mostra en l'equació següent:

$$\frac{Z_B}{Z_L} = 1 \quad (4.2.14)$$

Aplicant una mica d'àlgebra com es mostra a continuació acabarem obtenint una relació entre  $Z_L$  i els components circuitalts.

$$\begin{aligned} \left(\frac{Z_B}{Z_L}\right)^2 = 1 &= \frac{\frac{L_{via}}{C_{gap}(1-\omega^2 CL_{via})} - \frac{1}{4C_{gap}^2 \omega^2}}{(Z_L)^2} \rightarrow (Z_L)^2 = \frac{L_l}{C_{gap}(1-\omega^2 CL_{via})} - \frac{1}{4C_{gap}^2 \omega^2} \rightarrow \\ (Z_L)^2 + \frac{1}{4C_{gap}^2 \omega^2} &= \frac{L_l}{C_{gap}(1-\omega^2 CL_{via})} \rightarrow (Z_L)^2 C_{gap}(1-\omega^2 CL_{via}) + \frac{C_{gap}(1-\omega^2 CL_{via})}{4C_{gap}^2 \omega^2} = L_{via} \rightarrow \\ & (4.2.15) \\ (Z_L)^2 C_{gap}(1-\omega^2 CL_{via}) \cdot 4C_{gap}^2 \omega^2 + C_{gap}(1-\omega^2 CL_{via}) &= L_{via} \cdot 4C_{gap}^2 \omega^2 \rightarrow \end{aligned}$$

$$4(Z_L)^2 C_{gap}^3 \omega^2 - 4(Z_L)^2 C_{gap}^3 CL_{via} \omega^4 + C_{gap} - C_{gap} CL_{via} \omega^2 = 4C_{gap}^2 L_{via} \omega^2 \rightarrow$$

$$4(Z_L)^2 C_{gap}^3 CL_{via} \omega^4 + (4C_{gap}^2 L_{via} + C_{gap} CL_{via} - 4(Z_L)^2 C_{gap}^3) \omega^2 - C_{gap} = 0 \rightarrow$$

I dividint per  $C_{gap}$  obtenim la següent equació:

$$4(Z_L)^2 C_{gap}^2 C \cdot L_{via} \omega^4 + (4C_{gap} L_{via} + C \cdot L_{via} - 4(Z_L)^2 C_{gap}^2) \omega^2 - 1 = 0 \quad (4.2.16)$$

Notar que el resultat que ens queda és una equació de grau 4 en funció de  $\omega$ , solucionant l'equació anterior (equació 4.2.16) trobarem la freqüència a la qual  $Z_L = Z_{Bloch}$ , amb la qual cosa tindrem màxima adaptació i per tant menys rissat.

Per tant ja som capaços de solucionar les tres equacions  $C$ ,  $C_{\text{gap}}$ ,  $L_{\text{via}}$  en funció de  $Z_L$ , FBW i  $\omega_0$ . Aleshores anem a extreure les tres equacions.

Començarem extraient  $C$  en funció de  $C_{\text{gap}}$  i FBW mitjançant la definició de FBW. Tenim que FBW es defineix com:

$$FBW = \frac{\omega_h - \omega_l}{\omega_0} \quad (4.2.17)$$

llavors substituint  $\omega_h$ ,  $\omega_l$  i  $\omega_0$  tenim:

$$FBW = \frac{\sqrt{\frac{1}{CL_{\text{via}}}} - \sqrt{\frac{1}{4C_{\text{gap}}L_{\text{via}} + CL_{\text{via}}}}}{\frac{\sqrt{\frac{1}{CL_{\text{via}}}} + \sqrt{\frac{1}{4C_{\text{gap}}L_{\text{via}} + CL_{\text{via}}}}}{2}} \quad (4.2.18)$$

Que solucionant  $C$  en funció de  $C_{\text{gap}}$  i FBW obtenim:

$$C = \frac{(FBW^2 - 4FBW + 4)C_{\text{gap}}}{2FBW} \quad (4.2.19)$$

A més com  $C_{\text{gap}}$  és positiu (resultat físic) i FBW està definit positivament llavors  $C$  no té més remei que ser un valor positiu i per tant coherent amb el valor que esperem que prengui una capacitat.

Tot seguit anem a extreure el valor de  $L_{\text{via}}$  en funció de  $C$  i  $C_{\text{gap}}$  i  $\omega_0$  mitjançant la definició de  $\omega_0$ . Tenim que  $\omega_0$  es defineix com:

$$\omega_0 = \frac{\omega_h + \omega_l}{2} \quad (4.2.20)$$

per tant substituint  $\omega_h$ ,  $\omega_l$  tenim:

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{\frac{1}{CL_{\text{via}}}} + \sqrt{\frac{1}{4C_{\text{gap}}L_{\text{via}} + CL_{\text{via}}}}}{2} \quad (4.2.21)$$

Que solucionant  $L_{via}$  en funció de  $C_{gap}$ ,  $C$  i  $\omega_0$  llavors:

$$L_{via} = \frac{\frac{1}{2}C + C_{gap} + \frac{1}{2}\sqrt{4C_{gap}C + C^2}}{(4C_{gap} + C)C\omega_0^2} \quad (4.2.22)$$

on podem comprovar que  $L_{via}$  és positiu ja que  $C$ ,  $C_{gap}$  i  $\omega_0$  són paramentes positius, per tant el valor que pren  $L_{via}$  ha de ser sempre positiu.

Finalment extraiem  $C_{gap}$  en funció de FBW,  $\omega_0$  i  $Z_L$  de l'equació 4.2.16 la qual s'havia obtingut en imposar que  $Z_{Bloch} = Z_L$ . Recordem que teníem:

$$4(Z_L)^2 C_{gap}^2 C \cdot L_{via} \omega^4 + (4C_{gap} L_{via} + C \cdot L_{via} - 4(Z_L)^2 C_{gap}^2) \omega^2 - 1 = 0 \quad (4.2.16)$$

Per tant, solucionant aquesta equació en funció de  $\omega$  i escollint de les quatre solucions, la solució físicament possible tenim:

$$\omega = \frac{\sqrt{2} \sqrt{CL_{via} \left( -4C_{gap} L_{via} - CL_{via} + 4Z_L^2 C_{gap}^2 + \sqrt{16C_{gap}^2 L_{via}^2 + 8C_{gap} L_{via} C - 32C_{gap}^3 L_{via} Z_L^2 + C^2 L_{via}^2 + 8Z_L^2 C_{gap}^2 CL_{via} + 16Z_L^4 C_{gap}^4} \right)}}{4Z_L C_{gap} CL_{via}} \quad (4.2.23)$$

Ara, recuperant les equacions (4.2.19) i (4.2.22) i substituint  $C$  en l'equació de  $L_{via}$  obtenim:

$$C = \frac{(FBW^2 - 4FBW + 4)C_{gap}}{2FBW}$$

$$L_{via} = \frac{\frac{1}{2}C + C_{gap} + \frac{1}{2}\sqrt{4C_{gap}C + C^2}}{(4C_{gap} + C)C\omega_0^2} \quad (4.2.24)$$

$$L_{via} = \frac{\left( C_{gap} FBW^2 + 4C_{gap} + \sqrt{\frac{C_{gap}^2 (FBW - 2)^2 (FBW + 2)^2}{FBW^2}} FBW \right) FBW}{C_{gap}^2 (4FBW + FBW^2 + 4)(4FBW - FBW^2 + 4)\omega_0^2}$$

Cal fer notar, que en aquest punt s'ha aconseguit tenir  $C$  en funció de FBW i  $C_{gap}$  [ $C(FBW, C_{gap})$ ] a més també s'ha aconseguit tenir  $L_{via}$  en funció de FBW,  $C_{gap}$  i  $\omega_0$  [ $L_{via}(FBW, C_{gap}, \omega_0)$ ].

Tornant a l'equació (4.2.23) podem veure que  $\omega$  depèn de FBW,  $\omega_0$ ,  $Z_L$  i  $C_{gap}$ , a més sabem que la freqüència  $\omega$  donada per l'equació (4.2.23) és la freqüència a la qual  $Z_L = Z_{Bloch}$  i per tant és el punt on tindrem la màxima adaptació possible, o sigui transmissió total. Per tant, sembla lògic escollir la freqüència central del filtre com la freqüència a la qual tindrem adaptació total, o sigui  $\omega_0$ . Aleshores fent la identificació  $\omega = \omega_0$  tenim que  $\omega_0$  ara és funció de FBW,  $\omega_0$ ,  $Z_L$  i  $C_{gap}$ . En aquest punt només ens cal invertir l'equació (4.2.23) i posar  $C_{gap}$  en funció de FBW,  $\omega_0$  i  $Z_L$ ; els quals són tots paràmetres de disseny.

El resultat de tenir  $C_{gap}$  en funció de FBW,  $\omega_0$  i  $Z_L$  és:

$$C_{gap} = -\frac{\sqrt{-(FBW+4)(FBW-4)(FBW+2)}}{2(FBW+4)Z_L\omega_0(FBW-2)} \quad (4.2.25)$$

Equació la qual només depèn de paràmetres de disseny. D'altra banda per tal de que  $C_{gap}$  prengui valors positius, tenint en compte que  $Z_L$ ,  $\omega_0$  i FBW són positius, podem comprovar que això passa sempre i quan FBW estigui comprès entre 0 i 2, per tant en principi podem dissenyar filtres passabanda per els quals FBW pugui prendre valors compresos entre:

$$0 < FBW < 2 \quad (4.2.26)$$

Per finalitzar només cal substituir el valor de  $C_{gap}$  anterior a l'equació de C i de  $L_{via}$  equació (4.2.24) obtenint:

$$C = -\frac{(FBW^2 - 4FBW + 4)\sqrt{-1(FBW+4)(FBW-4)(FBW+2)}}{4(FBW+4)(FBW-2)\omega_0 \cdot Z_L \cdot FBW} \quad (4.2.27)$$

$$L_{via} = \frac{\left( C_{gap} FBW^2 + 4C_{gap} + \sqrt{\frac{C_{gap}^2 (FBW-2)^2 (FBW+2)^2}{FBW^2}} FBW \right) FBW}{C_{gap}^2 (4FBW + FBW^2 + 4)(4FBW - FBW^2 + 4)\omega_0^2}$$

cal notar que no s'ha substituït  $C_{gap}$  en l'equació de  $L_{via}$  això és degut a que l'equació resultant tindria un tamany considerable i seria difícil d'interpretar. A més a l'hora de realitzar els càlculs numèrics simplement s'utilitzaran els valors numèrics de les variable, és a dir, a partir de FBW,  $\omega_0$  i  $Z_L$  primerament es calcularà  $C_{gap}$  després C i per finalitzar  $L_{via}$  la substitució paramètrica té sentit si les equacions ens permeten avaluar el seu comportament de forma senzilla.

### 4.2.1. Simulació elèctrica del filtre passabanda

Les equacions circuitals obtingudes expressen la relació existent entre els components elèctrics que descriuen la línia de transmissió i els paràmetres de disseny del filtre passabanda. És a dir, donades unes especificacions del filtre com la freqüència central de la banda passant ( $\omega_0$ ); l'ample de banda fraccional (FBW); i la impedància a la qual tenim que tenir adaptar el nostre filtre ( $Z_L$ ), obtenim uns valors per a les capacitats i la inductància que apareixen en el model circuital ( $C_{gap}$ ,  $C$  i  $L_{via}$ ). Per tant ara del que es tracta és de realitzar un estudi basat en la simulació elèctrica del model circuital. Per fer-ho s'ha utilitzat el software comercial de *Agilent ADS 2005A* que ens permetrà mesurar directament els paràmetres  $S$  del nostre circuit equivalent.

Com a punt de partida realitzarem la simulació elèctrica d'un filtre passabanda caracteritzat per les següents especificacions:

$$\begin{aligned} f_0 &= 2.4GHz \\ FBW &= 50\% \\ Z_L &= 50\Omega \end{aligned} \quad (4.2.1.1)$$

Un cop fixades les especificacions amb l'ajuda d'un programa informàtic realitzat per aquesta tasca passem a calcular el valors elèctrics dels components circuitals. Amb la qual cosa obtenim els següents valors:

$$\begin{aligned} C_{gap} &= 0.9747332295 \text{ pF} \\ C &= 2.193149766 \text{ pF} \\ L_{via} &= 1.283305919 \text{ nH} \end{aligned} \quad (4.2.1.2)$$

Per tant per poder realitzar la simulació elèctrica utilitzem un esquema elèctric semblant al de la figura 4.2.1.1 en el qual les terminacions vindran representades per els port d'entrada i sortida de la línia (Term1, Term2).

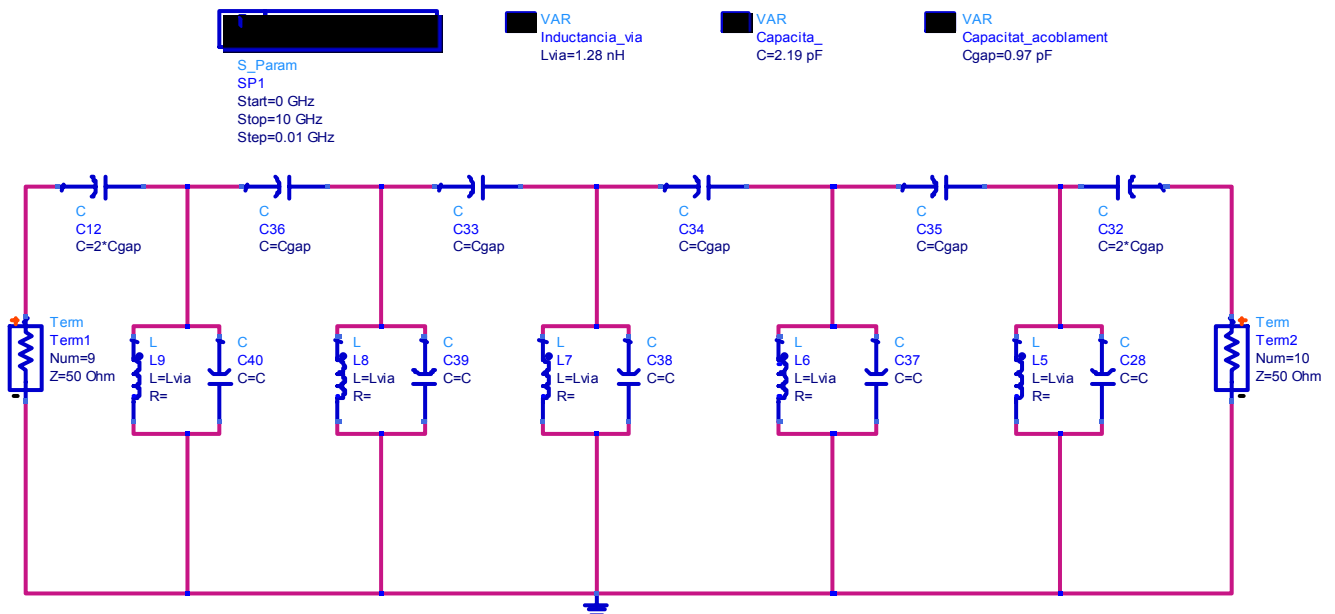
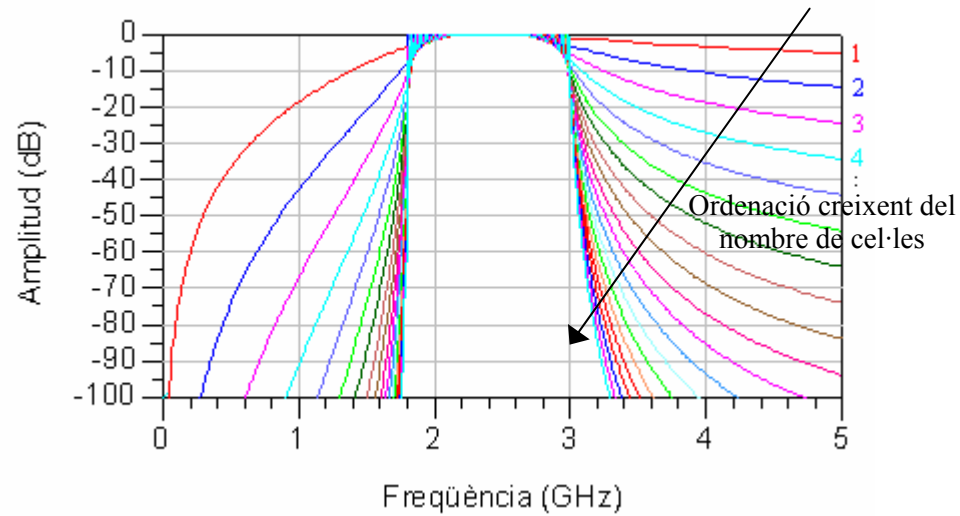


Figura 4.2.1.1 Circuit elèctric d'una línia formada per 5 cel·les.



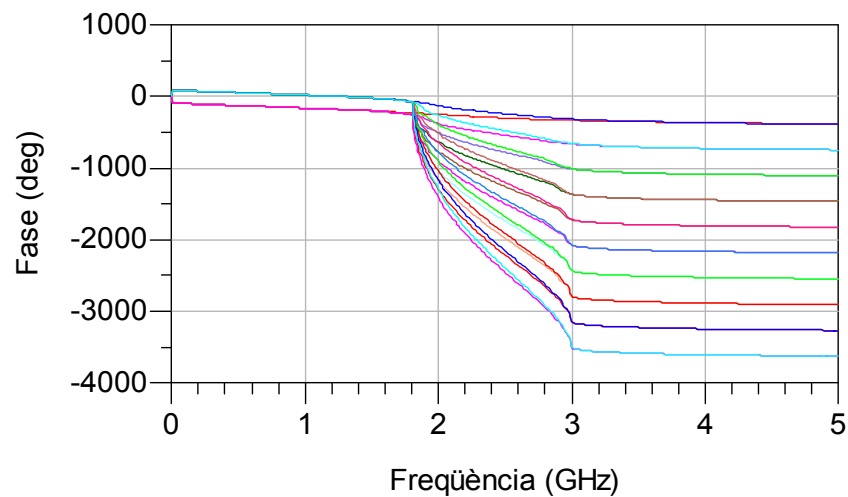
El resultat que obtenim en augmentant el nombre de cel·les que formen el nostre filtre és el que es mostra a continuació (figura 4.2.1.2).

Si el que mesurem és el paràmetre  $S(2,1)$  tenim:

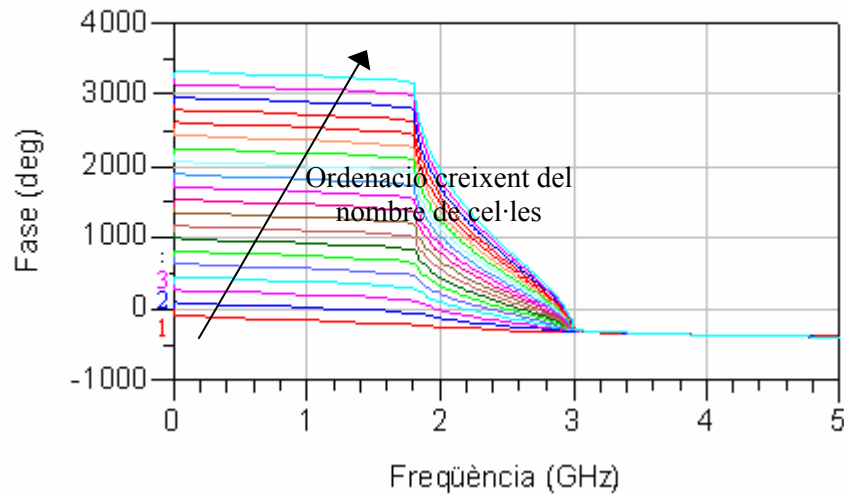


**Figura 4.2.1.2** Resultat de la mesura de  $|S(2,1)|$  per circuits formats per 1 cel·la fins 20 cel·les. Les línies més exteriors corresponen als circuits amb un nombre de cel·les menor i les interiors a un nombre de cel·les majors. Podem observar que a mesura que augmenta el nombre de cel·les la banda passant està millor definida.

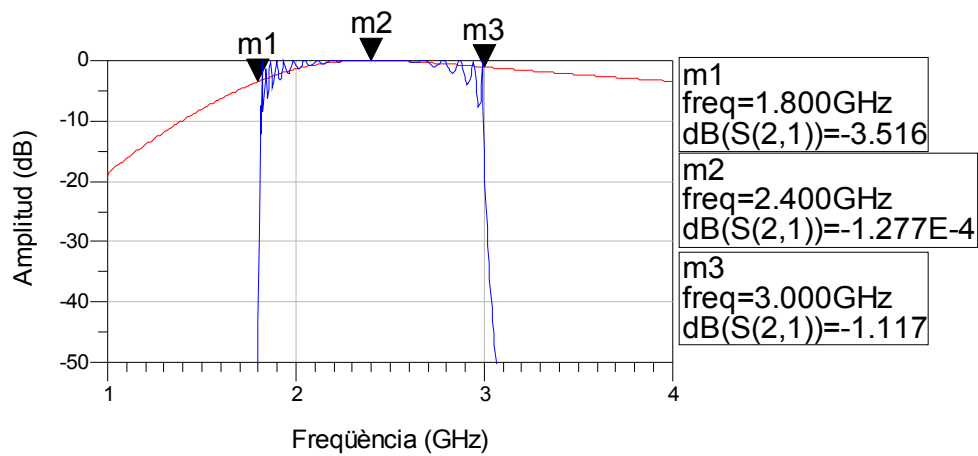
En canvi si mesurem la fase de  $S(2,1)$ :



**Figura 4.2.1.3** Representació de la fase de  $S(2,1)$  per circuits formats per 1 cel·la fins 20 cel·les. Els colors de les diferents corbes corresponen als mateixos colors que la figura 4.2.1.2.



**Figura 4.2.1.4** Representació de la fase de  $S(2,1)$  per circuits formats per 1 cel·la fins 20 cel·les. En el qual s'ha renormalitzat  $(+n \times 360)$  les diferents corbes per tal de que estiguin ordenades de menor a major nombre de cel·les.



**Figura 4.2.1.5** Representació de  $|S(2,1)|$  per una línia d'una única cel·la (vermell) i una línia formada per 20 cel·les (blau marí), on s'ha marcat la freqüència baixa, central i alta del filtre.

Una de les primeres conclusions que podem extreure dels resultats observats en les figures anteriors és que, en augmentar el nombre de cel·les augmenta el pendent de la banda de conducció, és a dir, a mesura que augmentem el nombre de cel·les la banda de pas del nostre filtre està millor definida. Comportament que ja podíem sospitar, ja que una del les aproximacions que s'ha fet és suposar la línia de transmissió infinitament llarga, aleshores com major sigui el nombre de cel·les que disposi el filtre, millor serà el seu comportament com a línia infinitament carregada i per tant com a filtre. A més podem observar que per la freqüència central del filtre ( $\omega_0$ ) la línia està completament adaptada amb la qual cosa pràcticament no tenim rissat al voltant d'aquesta freqüència. Pel que fa al rissat que ens apareix a mesura que ens allunyem de la freqüència central és degut a que  $Z_{\text{Bloch}}$  només és igual a  $Z_L$  en el punt  $\omega_0$  i per tant a mesura que ens allunyem d'aquesta freqüència la diferència entre les dues impedàncies augmenta i per tant el nivell de desadaptació és major.

Una altra simulació elèctrica interessant de fer és per aquells filtres que presenten un ample de banda fraccional elevat. Recordem que havíem obtingut que FBW podia prendre valors compresos entre 0 fins a 2, per tant anem a veure que passa per un filtre amb un ample de banda elevat.

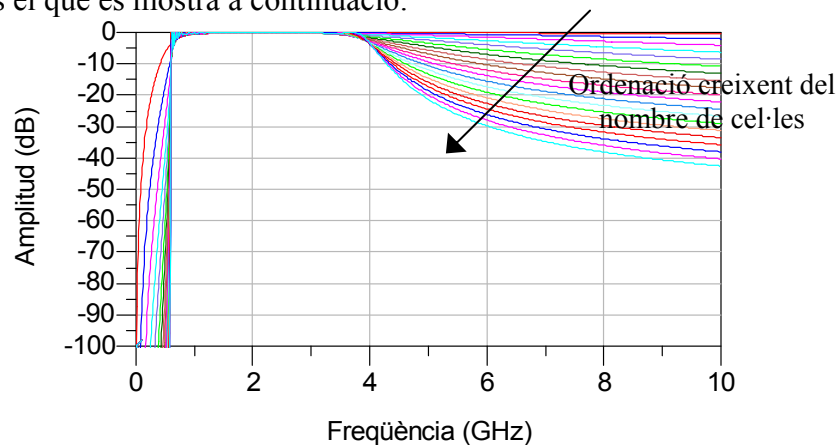
Partim de les mateixes especificacions que en l'exemple anterior, però canviant el valor de FBW com es pot veure:

$$\begin{aligned} f_0 &= 2.4\text{GHz} \\ FBW &= 1.5 \\ Z_L &= 50\Omega \end{aligned} \quad (4.2.1.3)$$

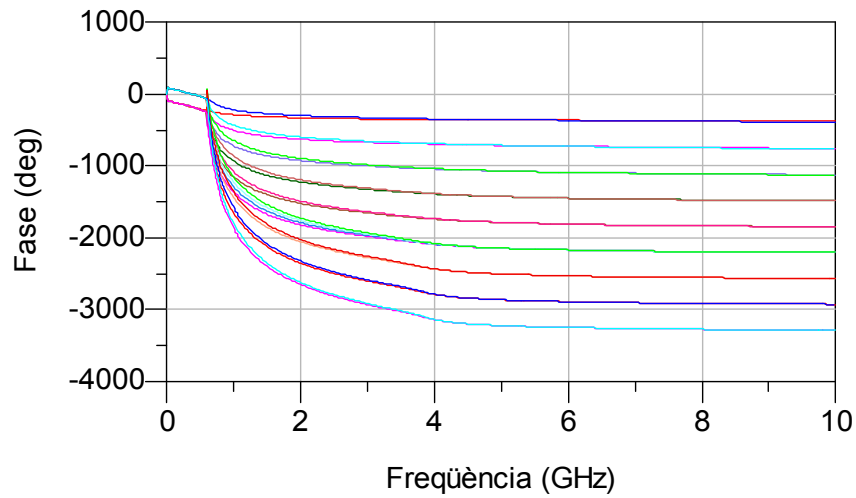
Un cop fixades les especificacions amb l'ajuda del programa informàtic s'obtenen els següents valors:

$$\begin{aligned} C_{\text{gap}} &= 3.12965133110\text{pF} \\ C &= 26.080427761\text{pF} \\ L_{\text{via}} &= 5.5058922251\text{nH} \end{aligned} \quad (4.2.1.4)$$

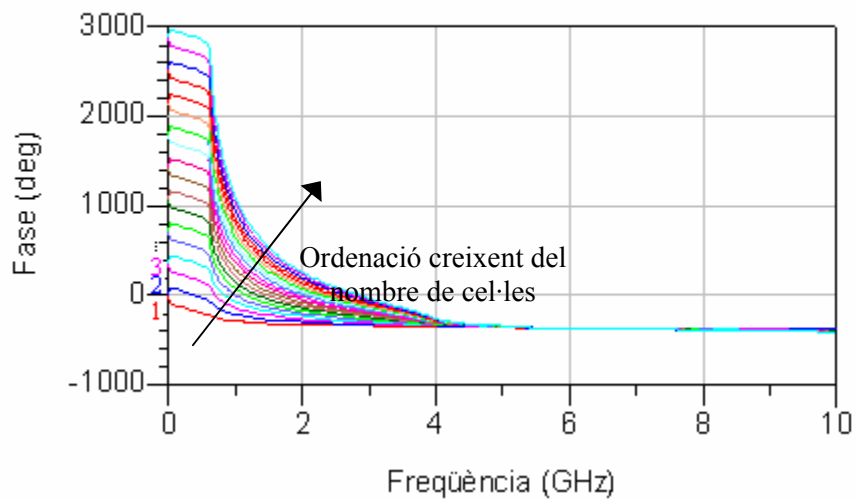
Aleshores el resultat que obtenim al anar augmentant el nombre de cel·les que formen el nostre filtre és el que es mostra a continuació:



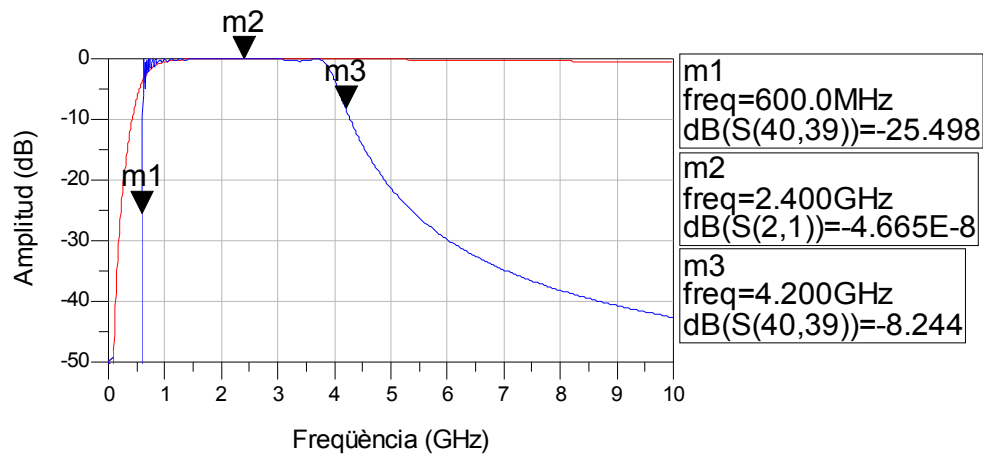
**Figura 4.2.1.6** Resultat de la mesura de  $|S(2,1)|$  per circuits formats per 1 cel·la fins 20 cel·les. Les línies més exteriors corresponen als circuits amb un nombre de cel·les menor i les interiors a un nombre de cel·les majors.



**Figura 4.2.1.7** Representació de la fase de  $S(2,1)$  per circuits formats per 1 cel·la fins 20 cel·les.



**Figura 4.2.1.8** Representació de la fase de  $S(2,1)$  per circuits formats per 1 cel·la fins 20 cel·les. En el qual s'ha renormalitzat  $(+n \times 360)$  les diferents corbes per tal de que estiguin ordenades de menor a major nombre de cel·les.



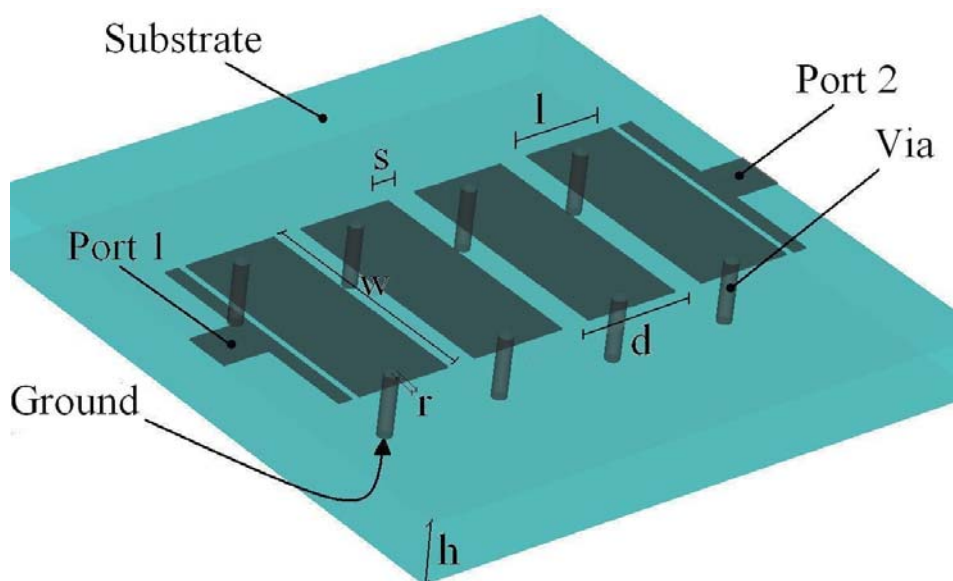
**Figura 4.2.1.9** Representació de  $|S(2,1)|$  per una línia d'un única cel·la (vermell) i una línia formada per 20 cel·les (blau), on s'ha marcat la freqüència baixa, central i alta del filtre.

Com podem comprovar, el resultat de la simulació elèctrica, per a un filtre d'ample de banda relativament petit ( $FBW_1 = 50\%$ ) i el mateix filtre amb una ample de banda major ( $FBW_2 = 150\%$ ), per tal de poder tenir un comportament passabanda, el filtre de major ample fraccional necessita un major nombre de cel·les per tal de poder tenir la banda millor definida que en el cas d'un ample de banda més petit. Per tant quan vulguem implementar filtres d'ample de banda elevat tindrem que utilitzar un nombre de cel·les elevat. En canvi per un filtre estret el nombre de cel·les que necessitarem serà molt menor. Per altra banda en filtres d'ample de banda elevats el rissat a la banda de pas del filtre és pràcticament inexistent, en canvi per filtre estrets ens apareix un petit rissat. Per la qual cosa, en principi som capaços d'implementar filtres d'amplada de banda elevada (com més amplada menys rissat) i amb un rebuig elevat (augmentar el nombre d'etapes).

## 5. Obtenció de les dimensions físiques de la línia

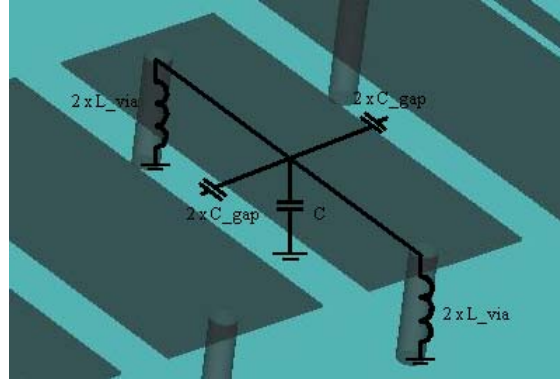
Arribats a aquest punt ja és hora de poder implementar el filtre passabanda a nivell de *layout*. Recordem que anteriorment a partir de les especificacions del filtre passabanda obteníem els valors dels paràmetres elèctrics que descriuran el filtre. Ara és el moment d'obtenir a partir dels valors dels paràmetres elèctrics les dimensions físiques del dispositiu, és a dir, les dimensions de les línies *microstrip*, la separació entre elles i el tamany de la via. Els paràmetres de la cel·la equivalent els obtindrem a partir d'expressions analítiques derivades de la física del dispositiu.

Com podem veure en la figura 5.1 on es representa el *layout* del filtre passabanda, podem observar les diferents dimensions que definiran la forma final de la línia.



**Figura 5.1** Representació física de la línia de transmissió formada per 4 cel·les. On  $l$  es la longitud de la línia *microstrip*  $w$  l'amplada;  $s$  la separació de les línies *microstrip*, o sigui el tamany del gap;  $r$  el radi de la via cilíndrica i  $h$  el gruix del substrat.

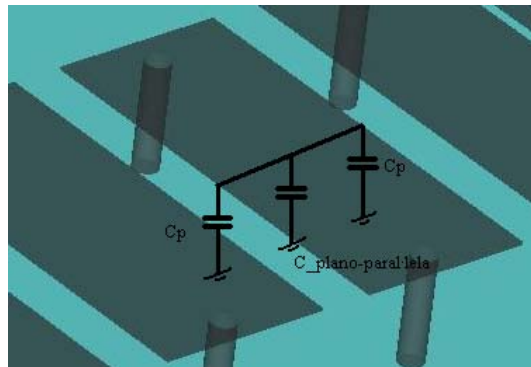
Com recordem, la cel·la unitat que forma la línia de transmissió, físicament correspon a tot el dispositiu inclòs dintre la longitud  $d$ . La capacitat sèrie ( $C_{\text{sèrie}}$ ) correspon a la capacitat deguda a la discontinuïtat de la línia. Pel que fa a l'admitància formada per la capacitat paral·lela ( $C_{\text{paral·lela}}$ ) deguda principalment a la capacita plano-paral·lela que ens introdueix la línia *microstrip* amb el terra i una petita contribució de la discontinuïtat de la línia. Finalment la inductància paral·lela bàsicament ve introduïda per la via (figura 6.3.1) ja que la contribució de la línia *microstrip* és molt petita. Per tant com podem veure en la figura 5.2 aquesta és la associació que fem entre la implementació física de la cel·la base i el model circuital.



**Figura 5.2** Representació de l'associació entre la cel·la base físicament implementada i el seu model circuital.

Per tant anem a relacionar el nostre model circuital amb les dimensions físiques del dispositiu.

La capacitat paral·lela  $C$  és deguda a la contribució de dos capacitats paral·leles diferents: la capacitat planoparal·lela del *slot microstrip* i la capacitat paral·lela deguda a la discontinuïtat de la línia *microstrip*.



**Figura 5.3** Representació de les diferents contribucions a la capacitat paral·lela  $C$  degudes a la física del dispositiu.

Llavors com podem observar la capacitat paral·lela  $C$ , que tenim en la cel·la és la resultant de la suma de la capacitat plano-paral·lela del *slot microstrip* i la contribució capacitiva del gap, és a dir, 2 cops la capacita paral·lela deguda al gap, per tant:

$$C = C_{\text{plano-paralela}} + 2C_p \quad (5.1)$$

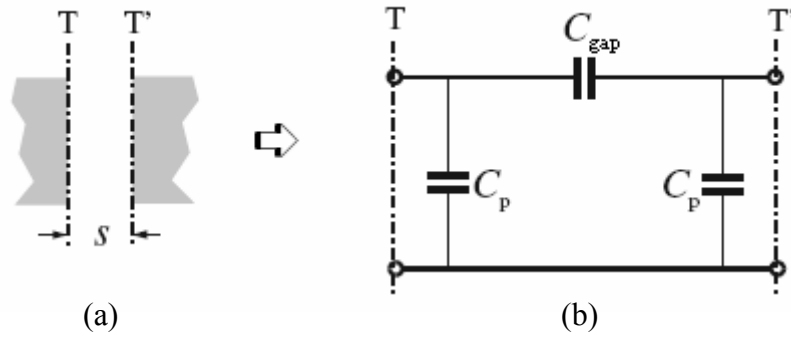
Per tant només ens falta relacionar  $C_{\text{plano-paralela}}$  i  $C_p$  amb les dimensions físiques del dispositiu. La qual cosa per el cas de  $C_{\text{plano-paralela}}$  resulta fàcil ja que com sabem és la capacitat que resulta de tenir dues plaques paral·leles.

$$C_{\text{plano-paralela}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r W l}{h} \quad (5.2)$$

on  $\varepsilon_0$  és la permitivitat del buit,  $\varepsilon_r$  la permitivitat del substrat,  $h$  és el gruix del substrat i  $W$  i  $l$  són respectivament el gruix del *slot microstrip* i la longitud.

Per altra banda per tal de calcular  $C_p$  utilitzarem expressions numèriques [viii][ix] les quals ens permetran obtenir el valor de  $C_p$  en funció de les dimensions físiques de la cel·la.

Recordem que un *gap microstrip* pot ser representat pel circuit equivalent mostrat en la figura 5.4, on podem veure que a més de tenir la capacitat de gap també ens apareixen unes capacitats “parasites” al terra.



**Figura 5.4** (a) Discontinuitat d'una línia *microstrip*. (b) i la seva representació circuital.

Per tant a partir de la representació circuital d'un *gap* en una línia *microstrip* obtenim les expressions:

$$\begin{aligned} C_p &= 0.5C_e \\ C_{gap} &= 0.5C_0 - 0.25C_e \end{aligned} \quad (5.3)$$

on  $C_e$  és la capacitat en el mode parell i  $C_0$  és la capacitat en el mode imparell, les quals les podem calcular a partir de les expressions numèriques següents:

$$\begin{aligned} \frac{C_0}{W} (pF/m) &= \left( \frac{\varepsilon_r}{9.6} \right)^{0.8} \left( \frac{s}{W} \right)^{m_0} \exp(k_0) \\ \frac{C_e}{W} (pF/m) &= 12 \left( \frac{\varepsilon_r}{9.6} \right)^{0.9} \left( \frac{s}{W} \right)^{m_e} \exp(k_e) \end{aligned} \quad (5.4)$$



amb

$$\left\{ \begin{array}{l} m_0 = \frac{W}{h} [0.619 \log(W/h) - 0.3853] \\ k_0 = 4.26 - 1.453 \log(W/h) \end{array} \right\} \quad \text{si } (0.1 \leq s/W \leq 1.0)$$

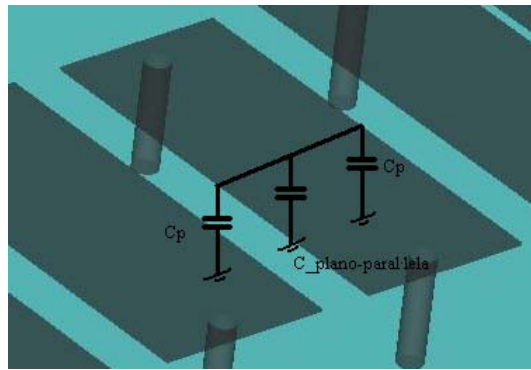
$$\left\{ \begin{array}{l} m_e = 0.8675 \\ k_e = 2.043 \left( \frac{W}{h} \right)^{0.12} \end{array} \right\} \quad \text{si } (0.1 \leq s/W \leq 0.3) \quad (5.5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_e = \frac{1.565}{(W/h)^{0.16}} - 1 \\ k_e = 1.97 - \frac{0.03}{W/h} \end{array} \right\} \quad \text{si } (0.3 \leq s/W \leq 1.0)$$

on  $s$  és el tamany del gap i  $h$  el gruix del substrat.

Cal notar que les expressions anteriors només són valides si ens trobem dintre l'interval definit per  $(0.1 \leq s/W \leq 1.0)$ , per altres valors de  $s$  i  $W$  tindríem que utilitzar unes altres expressions. A més l'error d'aquestes expressió és menor del 7% dintre l'interval definit per  $(0.5 \leq W/h \leq 2)$  i  $(2.5 \leq \varepsilon_r \leq 15)$ .

Pel que fa a la capacitat de gap  $C_{\text{gap}}$  podem veure en la figura 5.4 que només és deguda a la discontinuïtat de la línia *microstrip*, aleshores com ja havíem vist anteriorment utilitzant l'equació 5.3, podem obtenir la relació d'aquesta amb les dimensions físiques de la línia.

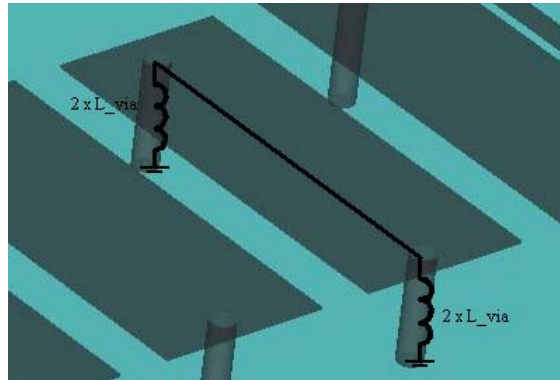


**Figura 5.5** Representació de la contribució a la capacitat sèrie degudes a la física del dispositiu.

Finalment pel que fa a  $L_{via}$  aquesta inductància és la introduïda per una via cilíndrica [x] que com podem veure en l'equació (5.6) és funció del radi ( $r$ ) i el gruix de substrat ( $h$ ).

$$L_{via} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ h \cdot \ln \left( \frac{h + \sqrt{r^2 + h^2}}{r} \right) + \frac{3}{2} \left( r - \sqrt{r^2 + h^2} \right) \right] \quad (5.6)$$

on  $\mu_0$  és la permeabilitat magnètica de buit, ja que en la nostra implementació no utilitzem materials magnètics.



**Figura 5.6** Representació de les contribucions a la inductància paral·lela.

## 6. Simulació electromagnètica de la línia de transmissió

En el punt anterior s'ha pogut extreure els valors físics del dispositiu que es vol implementar, o sigui les dimensions reals del filtre. Ara és el moment en el que es mostrarà el comportament electromagnètic del dispositiu implementat en aquest projecte amb la qual cosa podrem justificar les simplificacions i identificacions realitzades anteriorment (capítol 4).

Per realitzar aquestes simulacions utilitzarem dos programes. Primerament utilitzarem el programa Momentum inclòs en el software comercial de Agilent ADS 2005A. Seguidament utilitzarem el programa CST Microwave Studio versió 4 de Spatial Corporation el qual ens permetrà visualitzar el camp elèctric i magnètic presents en l'estructura entre altres coses.

Aleshores per tal de poder començar, com a exemple fixarem les especificacions d'un filtre qualsevol. Aquestes especificacions són :

$$\begin{aligned}f_0 &= 9\text{GHz} \\ FBW &= 25\% \\ Z_L &= 50\Omega\end{aligned}\tag{6.1}$$

Un cop fixades les especificacions amb l'ajuda d'un programa realitzat amb el Mapel 9.5 passem a calcular els valors elèctrics del filtre (equació 6.2). Un cop s'ha obtingut els valors elèctrics amb l'ajuda d'un altre programa realitzat amb Matlab (annex) passem a calcular les dimensions físiques de la cel·la, amb la qual cosa ens adonem que el programa no és capaç de trobar una solució per aquests valors. Aquest fet en principi no ens ha d'espantar ja que encara podem fer alguna cosa.

$$\begin{aligned}C_{\text{gap}} &= 0.213577166201\text{pF} \\ C &= 1.30812643010\text{pF} \\ L_{\text{via}} &= 0.18888662761\text{nH}\end{aligned}\tag{6.2}$$

Com podem observar, els valors de les capacitats són relativament elevades per poder ser implementades mitjançant l'estructura *microstrip* presentada en la figura 5.1 i a la vegada complint les condicions fixades per les expressions utilitzades per calcular les capacitats (equació 5.5).. Per tant seria interessant poder disminuir aquests valors de les capacitats.

Observant l'equació 4.2.25, veiem que  $C_{\text{gap}}$  és inversament proporcional a la freqüència ( $f_0$ ) i a la impedància de carrega ( $Z_L$ ). Aleshores si augmentem  $f_0$  i/o  $Z_L$  aconseguirem un valor de  $C_{\text{gap}}$  menor. A més com podem veure de l'equació 4.2.19,  $C$  és proporcional a  $C_{\text{gap}}$ , per tant si disminuïm la capacitat de  $C_{\text{gap}}$  llavors també disminuïm la capacitat  $C$ .

Aleshores variant  $f_0$  variem el valor de les capacitats amb la qual cosa aparentment estem variant les especificacions del filtre, no obstant, però el que s'està fent és dissenyar un filtre on les dimensions puguin ser extretes mitjançant les expressions

analítiques anteriors (capítol 4.2) i simplement aplicant un escalat adequat en dimensions i freqüència (propietat de les equacions Maxwell) obtenir les dimensions reals del filtre desitjat.

Per tant ara el que tenim que fer és escollir una freqüència que ens permeti obtenir les dimensions físiques que implementin el filtre.

Aleshores les “noves” especificacions són:

$$\begin{aligned}f_0 &= 18\text{GHz} \\ FBW &= 25\% \\ Z_L &= 100\Omega\end{aligned}\tag{6.3}$$

Com es pot observar hem augmentat un factor 2 el valor de la nostra freqüència central. Per tant les dimensions físiques que obtindrem les haurem de multiplicar per 2 per poder passar a les especificacions inicials (propietat escalat) que fixaven el nostre filtre a una freqüència central de 9 GHz.

Pel que fa a l'ample de banda fraccional podem veure que no l'hem modificat això es degut a que l'escalat afecta per igual a totes les freqüències que pugem definir, i per tant si definim una magnitud com el quocient entre dues freqüències resulta que aquesta magnitud és invariant respecte escalats en freqüència. Per finalitzar també destacar que hem augmentat un factor 2 el valor de la impedància de carrega  $Z_L$ , la qual cosa no ens afecta a  $f_0$  i FBW però si que ens disminuirà el valor de les capacitats.

Aleshores amb les “noves” especificacions tenim com a nous valors circuitals els que apareixen en l'expressió 6.4, d'on podem observar que els valors de les capacitats són 4 cops inferiors. Per altra banda  $L_{via}$  no es modifica ja que, com podem observar de l'equació (4.2.24) i (4.2.25), al modificar  $f_0$  i  $Z_L$  amb el mateix factor llavors  $L_{via}$  no es modifica

$$\begin{aligned}C_{gap} &= 5.3392915501\text{e-}14\text{ F} \\ C &= 3.270316074\text{e-}13\text{ F} \\ L_{via} &= 1.8888662761\text{e-}10\text{ H}\end{aligned}\tag{6.4}$$

Llavors amb les especificacions anteriors les dimensions físiques del filtre són:

$$\begin{aligned}w &= 1.934\text{mm} \\ s &= 0.1934\text{mm} \\ h &= 0.635\text{mm} \\ l &= 1.09\text{mm}^*\end{aligned}\tag{6.5}$$

\*on hem fet  $l$  la meitat degut a que aquests valors han estat extrets per un gruix de substrat de 1.27 mm i com podem recordar, com a conseqüència de l'escalat, el gruix del substrat del filtre a  $f_0=18\text{GHz}$  a de ser la meitat, per tal de poder-lo implementar

posteriorment amb un gruix de 1.27 mm. Amb la qual cosa tenint en compte que el gruix del substrat afecta bàsicament a la capacitat plano-paral·lela i a  $L_{via}$ , i a més de  $l$  només i depèn la capacitat plano-paral·lela, en compte de fer els càlculs amb el substrat de 0.635 mm fem el càlcul amb el substrat de 1.27 mm i el valor de  $l$  el reduïm a la meitat.

Finalment solament ens queda calcular el radi de la via. Com podem veure de les dues especificacions amb els canvis que fem concaguim que  $L_{via}$  no variï, per tan per realitzar el càlcul de la inductància utilitzem  $h = 1.27$  mm, amb la qual cosa obtenim:

$$r = 0.15mm$$

Per tant escalant les dimensions físiques donades en l'expressió 6.5, tenim com a dimensions de disseny:

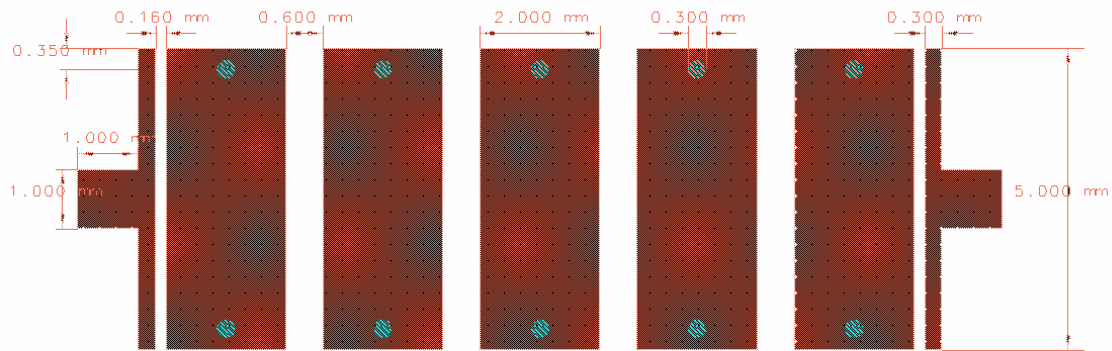
$$\begin{aligned} w &= 3.868mm \\ s &= 0.3868mm \\ l &= 2.18mm \\ r &= 0.15mm \\ h &= 1.27mm \end{aligned} \tag{6.6}$$

I tenint en compte que les expressions que hem utilitzat per calcular les dimensions físiques del dispositiu tenen un error associat del 7 %. Podem arrodonir els resultats anteriors i utilitzar aquest nous valors:

$$\begin{aligned} w &= 4mm \\ s &= 0.6mm \\ l &= 2mm \\ r &= 0.15mm \\ h &= 1.27mm \end{aligned} \tag{6.7}$$

## 6.1. Obtenció dels paràmetres S de la línia.

Aleshores amb els valors anteriors anem a crear el *layout* que utilitzarem amb l'ADS per poder fer la simulació electromagnètica de l'estructura. El qual tindrà un aspecte com el que es mostra a continuació (figura 6.1.1):

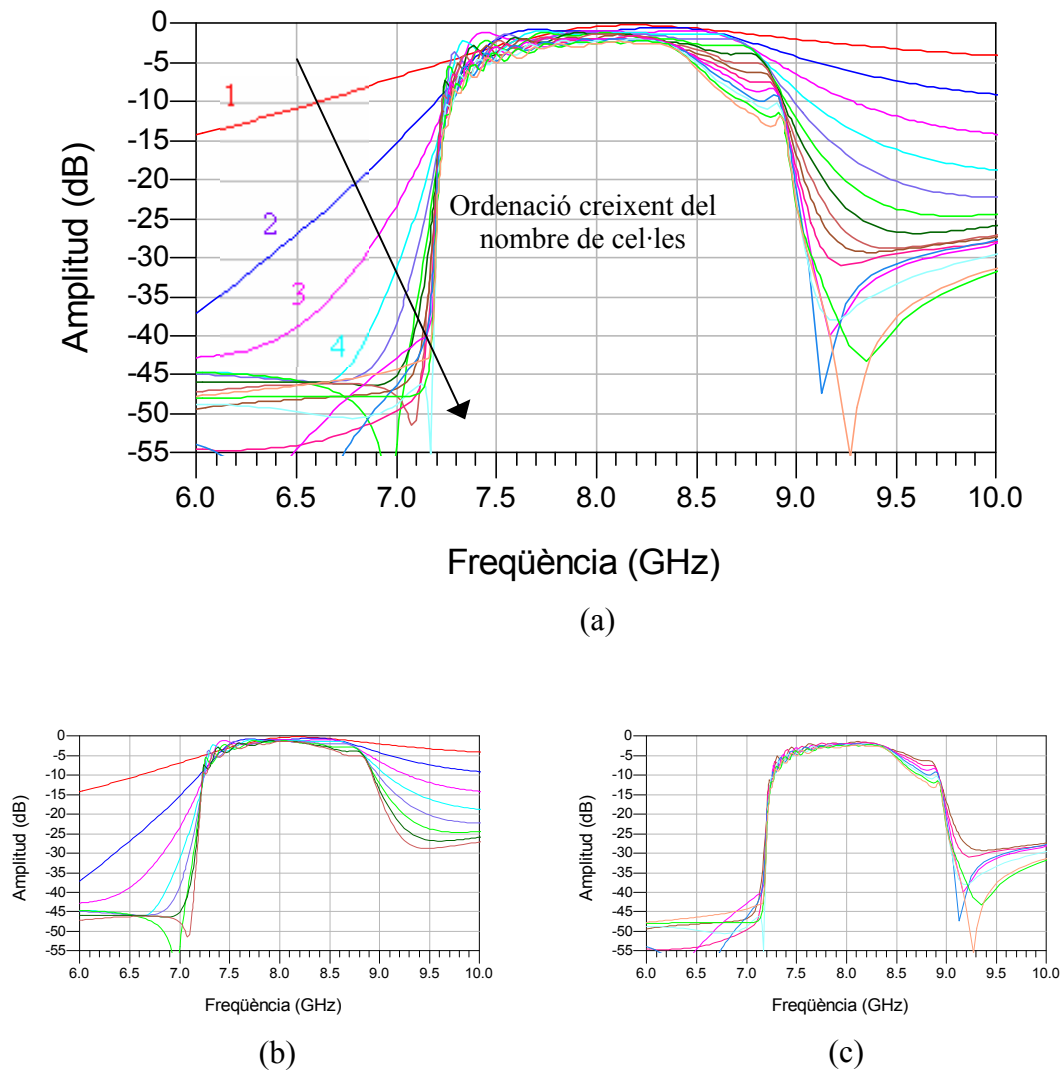


**Figura 6.1.1** *Layout* realitzat amb l'ADS, per a una estructura de 5 etapes, en el que es pot observar les dimensions físiques del dispositiu. On la línia *microstrip* està dibuixada en vermell i les vies en blau.

Recordem que el port d'entrada ha de tenir un acoblament capacitiu igual a  $2 \cdot C_{gap}$  amb la resta de l'estructura per la qual cosa la separació ha de ser menor que la separació  $s$  calculada. A més la forma de T que tenen és deguda a que per tal d'aconseguir aquesta forma només necessitem talls horitzontals i verticals amb la fresadora. L'amplada de la T és de 0.3 mm ja que ens interessa que la capacitat a terra sigui el més petita possible comparada amb la capacitat  $C$  que tenim. Pel que fa a l'apèndix de 1 mm per 1 mm és degut al tamany de les connexions ja que per poder soldar-les necessitem una amplada mínima d'uns 0.5 mm amb la qual cosa s'ha cregut convenient augmentar aquest tamany fins al mil·límetre per tal de facilitar la soldadura.

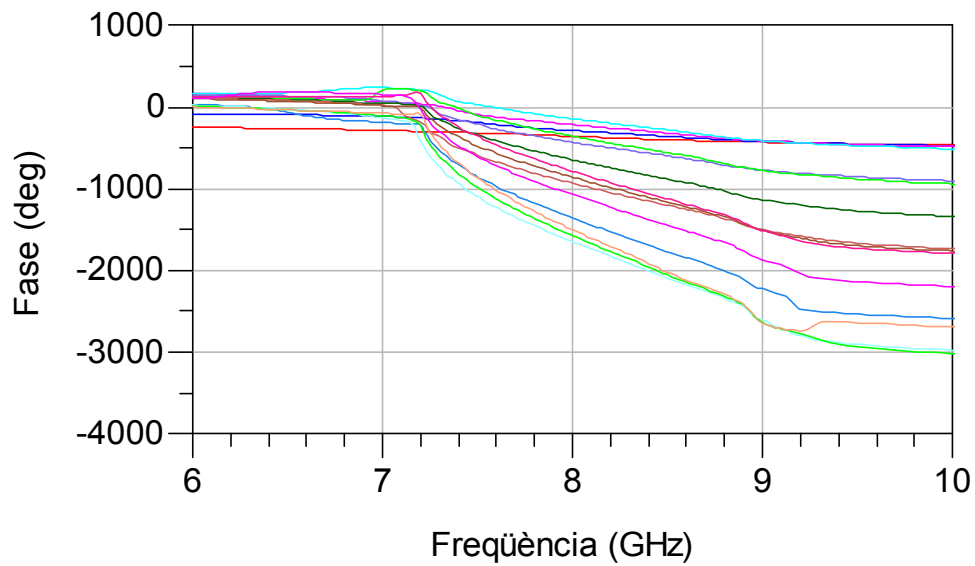
## Amplitud de S(2,1):

Per tal de realitzar la simulació electromagnètica s'ha tingut present que el conductor no és perfecte i que el dielèctric introdueix pèrdues amb la qual cosa obtenim:

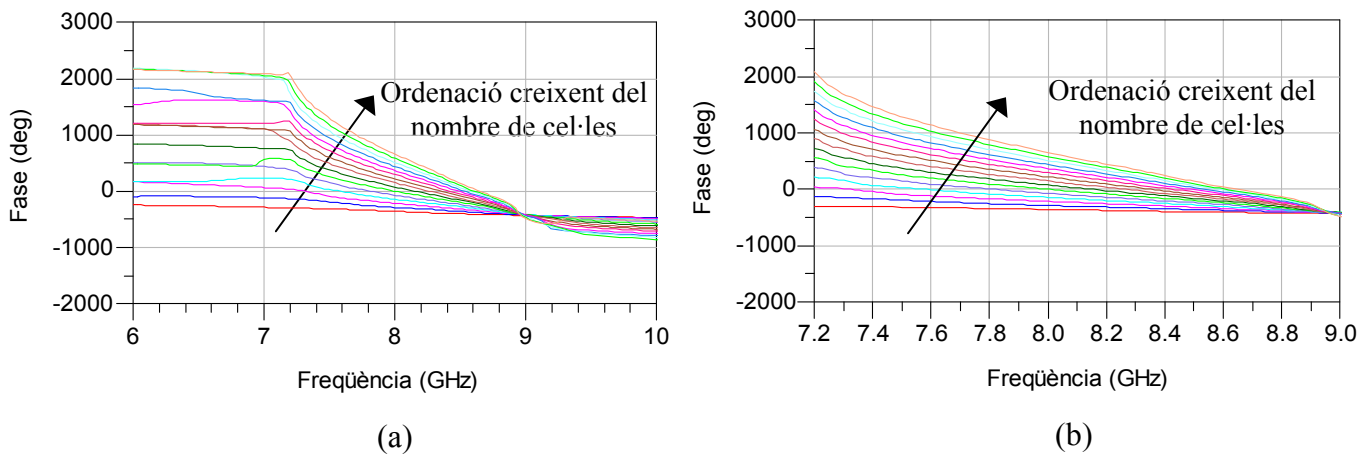


**Figura 6.1.2** Representació del paràmetre  $|S(2,1)|$  per diferents nombres de cel·les, on es pot veure la millora del comportament de la línia com a filtre a mesura que augmenta el nombre de cel·les. (a) Representació des de 1 a 15 cel·les. (b) Representació des de 1 a 8 cel·les. Representació des de 9 a 15 cel·les.

### Fase de $S(2,1)$ :



**Figura 6.1.3** Representació de la fase de  $S(2,1)$  per circuits formats per 1 cel·la fins 15 cel·les. Els colors de les diferents corbes corresponen als mateixos colors que la figura anterior.



**Figura 6.1.4** Representació de la fase de  $S(2,1)$  per circuits formats per 1 cel·la fins 15 cel·les. En el qual s'ha renormalitzat  $(+n \times 360)$  les diferents corbes per tal de que estiguin ordenades de menor a major nombre de cel·les.



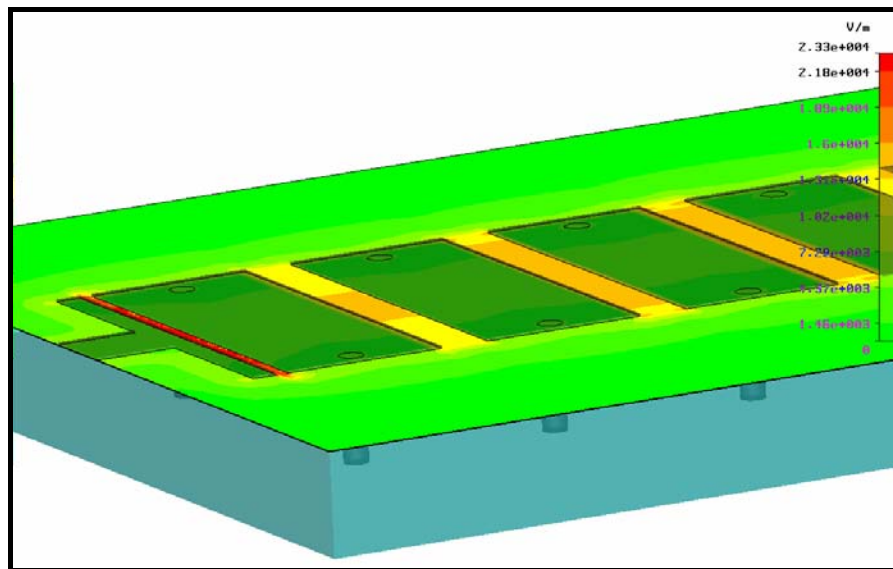
Analitzant els resultats de  $S(2,1)$ , podem concloure dues coses: Primer observant el mòdul de  $S(2,1)$  podem veure que efectivament la nostra estructura es comporta com un filtre passabanda entre 9 i 7 GHz aproximadament, a més, podem veure com la resposta de la línia millora al anar augmentant el nombre de cel·les la qual cosa ja podíem esperar. Per altra banda si observem el desfasament que ens introdueix la línia entre el port 1 i el port 2 segons l'equació 3.2.20 en tota la banda de pas tenim una estructura esquerrana, a més a mesura que anem pujant en freqüència, dintre la banda de pas, la diferència entre la fase d'una línia amb  $n$  cel·les i la fase d'una línia amb  $m$  cel·les es fa cada cop més petita amb la qual cosa la longitud d'ona de la radiació guiada cada cop és fa més gran, com podem extreure de l'equació 3.2.22, més concretament a partir que la diferència de fase és menor de  $\pi/2$  la qual cosa passa quasi al principi de la banda de pas llavors podem parlar de medi efectiu o metamaterial ja que la longitud d'ona guiada passarà a ser quatre cops superior a la longitud de la cel·la base.

## 6.2. Visualització dels camps electromagnètics presents en la línia de transmissió

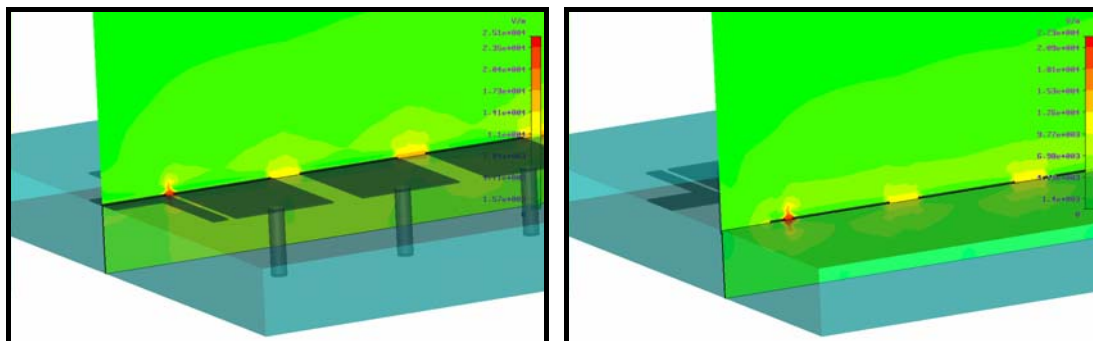
### Camp elèctric:

Un cop realitzades les simulacions amb *Momentum* amb les quals s'ha pogut visualitzar els paràmetres de transmissió de la línia, ara amb l'ajuda del programa *CST* passem a visualitzar el camp elèctric i camp magnètic que genera l'estructura. A més aquesta visualització ens servirà per poder entendre un poc millor les aproximacions i identificacions realitzades en capítols anteriors.

Primerament començarem visualitzant el camp elèctric en diferents punts de la línia i en diferents plans.

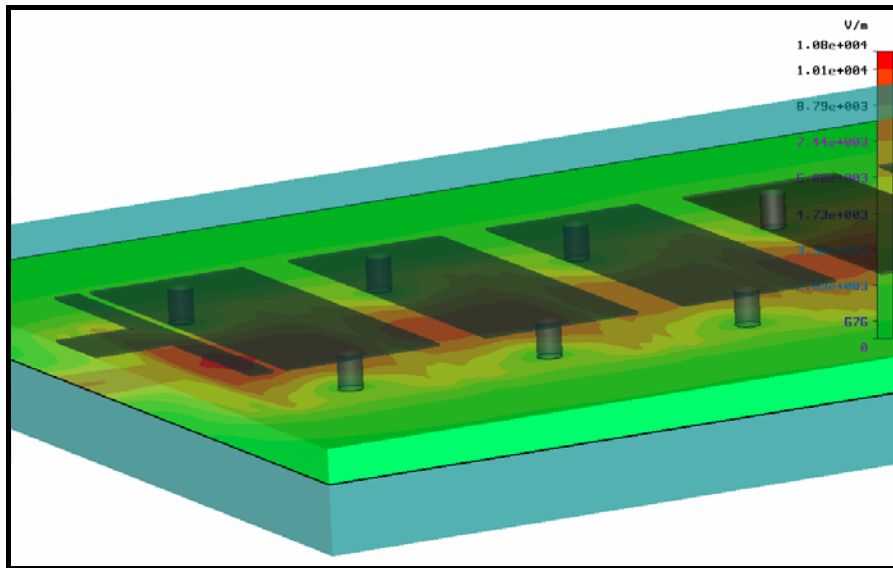


**Figura 6.2.1** Camp elèctric creat sobre la línia de transmissió. Observem que en aquest pla tot el camp elèctric està distribuït uniformement entre les discontinuïtats de la línia.

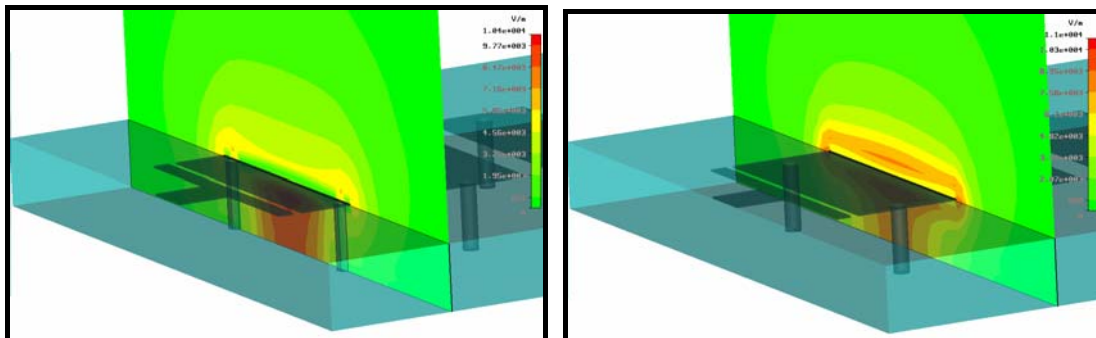


**Figura 6.2.2** Camp elèctric creat sobre la línia de transmissió. Observem que en aquest pla pràcticament tot el camp elèctric està distribuït uniformement al voltant de les discontinuïtats.

Ara anem a visualitzar que passa sota la línia de transmissió



**Figura (6.2.3)** Camp elèctric creat sota la línia de transmissió. Observem que el camp elèctric està pràcticament tot sota la línia de transmissió. A més també és pot observar que el camp és més intens sota la pista que sota el *gap*.

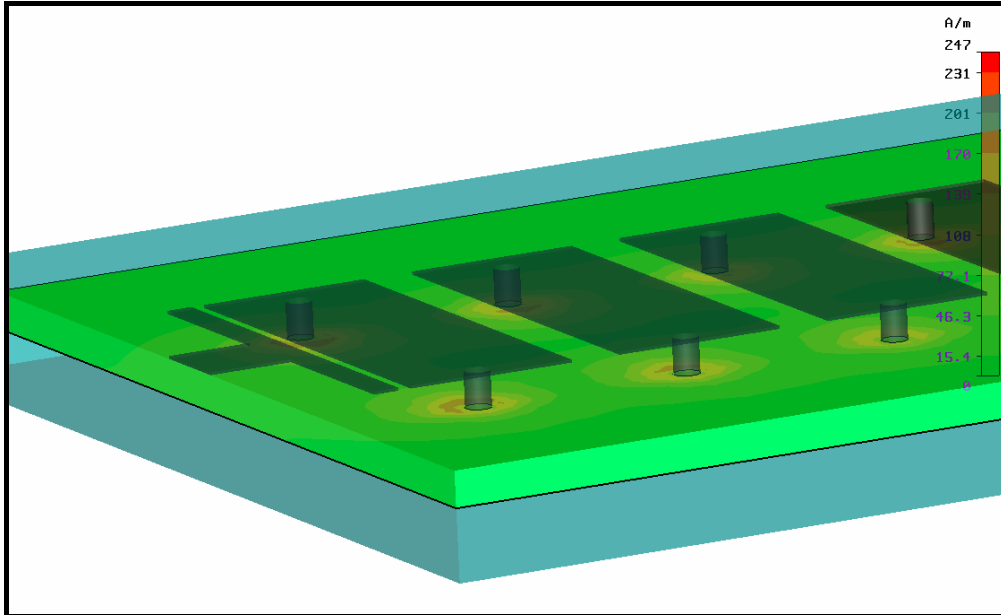


**Figura (6.2.4)** Camp elèctric creat sota la línia de transmissió. (a) Camp elèctric en mig del *slot*. (b) Camp elèctric al final de *slot*.

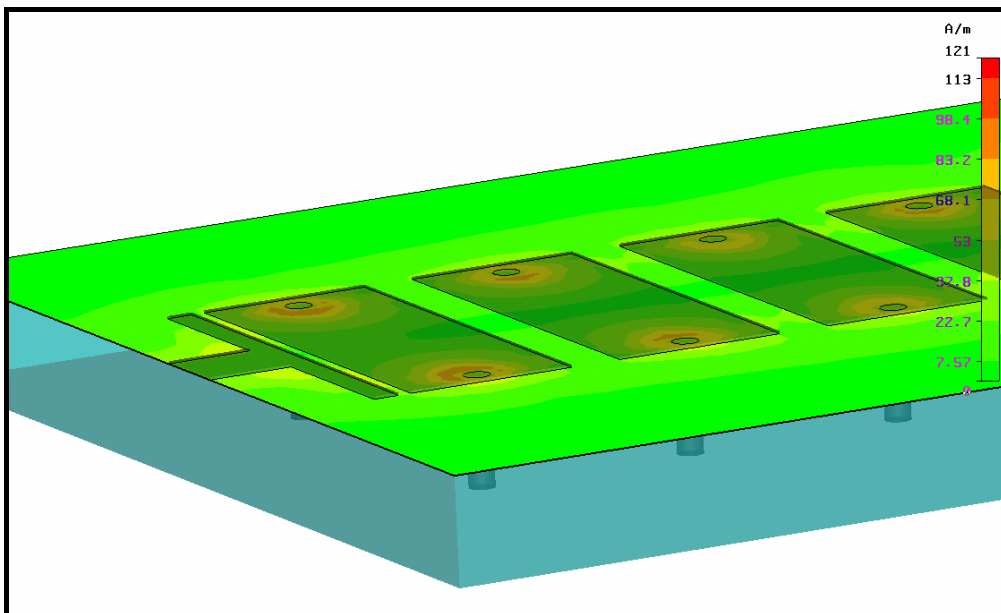
Per tant, com es pot observar de les diferents figures, la forma del camp elèctric que havíem suposat per tal de poder extreure el model circuital ha resultat ser l'esperat, amb la qual cosa les capacitats ( $C$  i  $C_{gap}$ ) utilitzades per modelitzar la línia de transmissió, físicament existeixen i per tant podem descriure la nostra línia de transmissió mitjançant aquests paràmetres.

## Camp magnètic:

Pel que respecta al camp magnètic, anem a mesurar-lo amb l'ajuda de *CST* en diferents punts de la línia i en diferents plans.

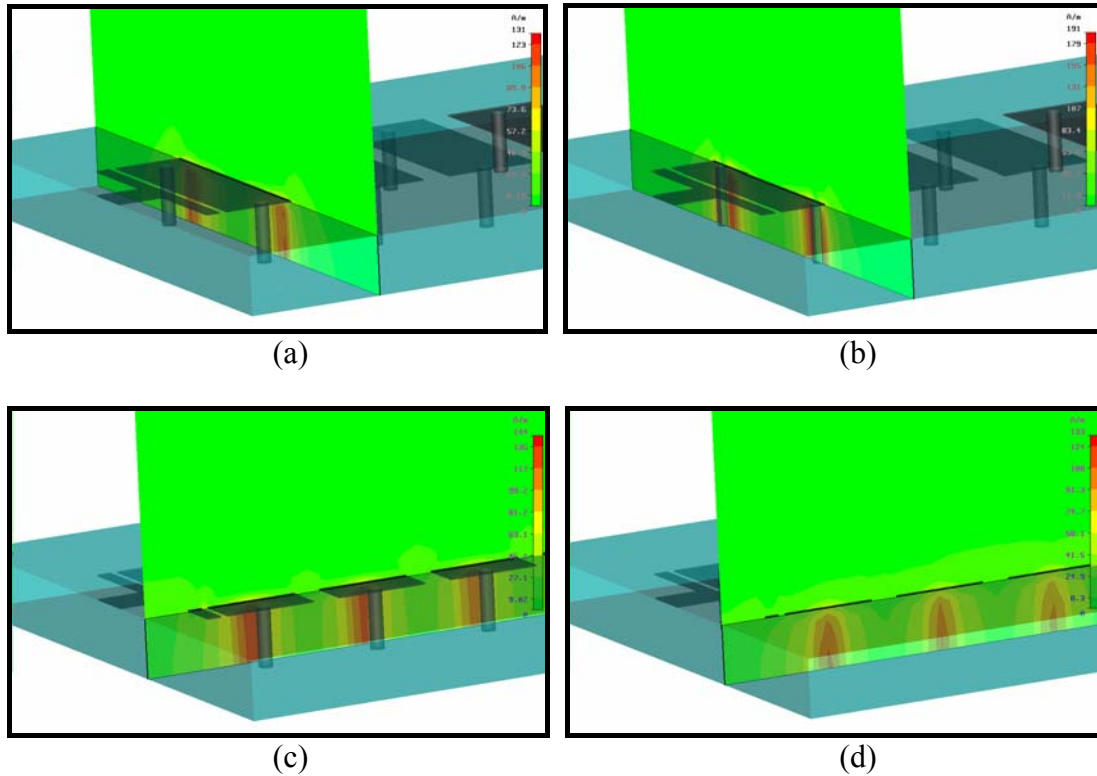


**Figura 6.2.5** Camp magnètic creat sota la línia de transmissió. Observem que en aquest pla tot el camp magnètic està distribuït uniformement al voltant de la via .

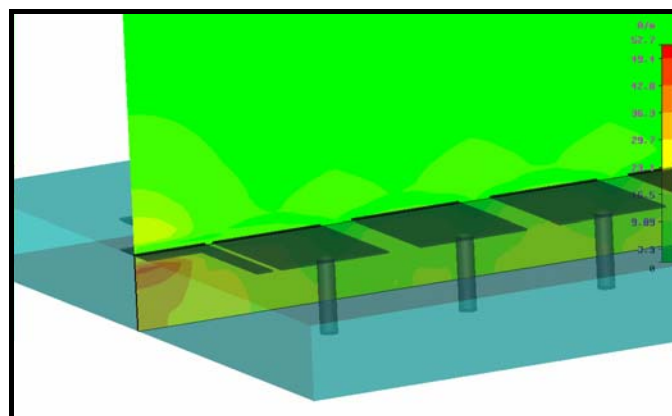


**Figura 6.2.6** Camp magnètic creat sobre la línia de transmissió. Observem que en aquest pla tot el camp magnètic està distribuït uniformement al voltant de la via .

Per tant podem veure tant de la figura 6.2.5 com en la figura 6.2.7 com tot el camp magnètic es troba al voltant de la via. A més, de la figura 6.2.8, la qual ens mostra el camp magnètic al mig de l'estructura, com en aquest punt el camp magnètic s'anul·la (paret magnètica). Aleshores podem concloure que el comportament inductiu esperat de la via, físicament existeix. Per tant podem dir que la via és l'únic element inductiu de la línia, ja que com havíem vist el camp magnètic al voltant del *slot* és nul (figura 6.2.7).



**Figura 6.2.7** Camp magnètic creat en la línia de transmissió, on en cadascun dels dibuix podem observar que el camp magnètic es troba al voltant de la via. (a) Camp magnètic al principi d'un *gap*. (b) Camp magnètic al mig d'un *slot*. (c) Camp magnètic davant la via. (d) Camp magnètic al final del *slot*.

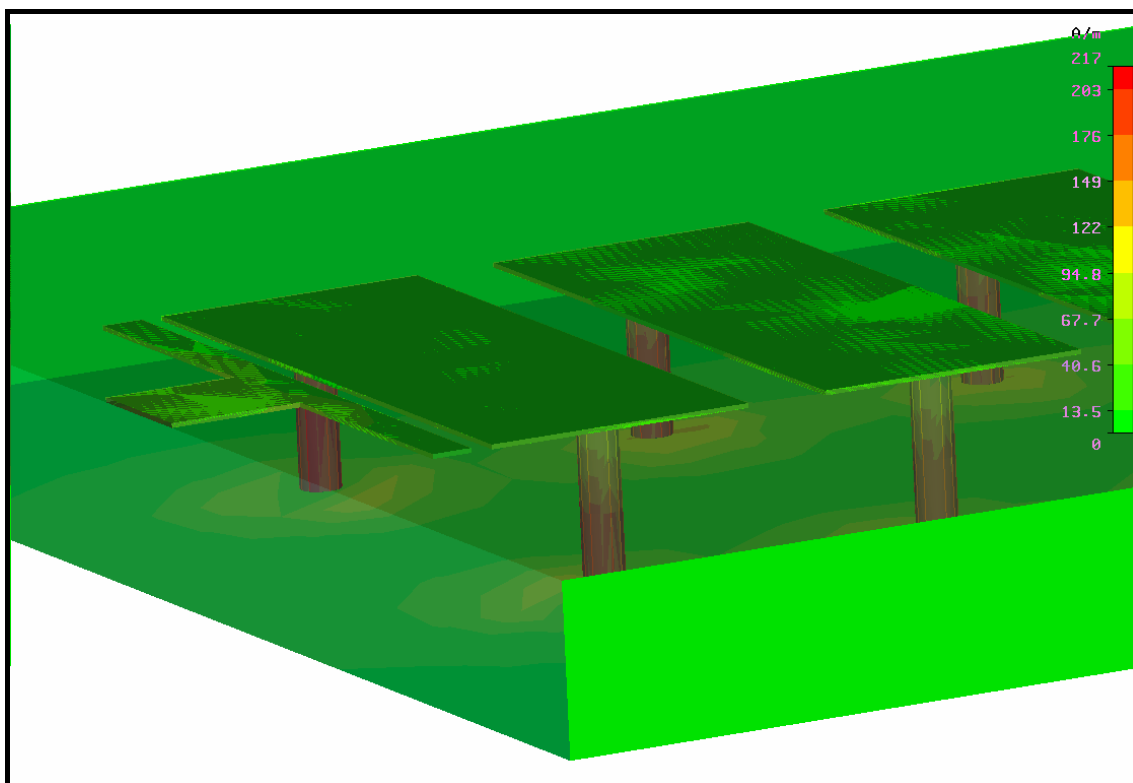


**Figura 6.2.8** Camp magnètic al mig de la línia de transmissió. Podem veure que és nul en tota l'estructura (paret magnètica) menys en els ports d'entrada la qual cosa ens suposarà un comportament paràsit inductiu dels ports.

### 6.3 Densitat de corrent superficial

Com ja hem pogut observar tot el camp magnètic es troba distribuït uniformement al voltant de la via , amb la qual cosa és la via la que ens proporciona el component inductiu de la línia de transmissió. A més com sembla lògic pensar, degut a que el camp magnètic es troba completament distribuït al voltant de la via, és per aquest punt per on passa tot el corrent.

Per tal de poder comprovar l'afirmació anterior CST ens permet visualitzar la densitat de corrent superficial per una estructura donada.



**Figura 6.3.1** Densitat de corrent en la línia de transmissió, on s'observa clarament que el màxim (vermell) el tenim en les vies i en la resta de l'estructura pràcticament no tenim corrent (verd).

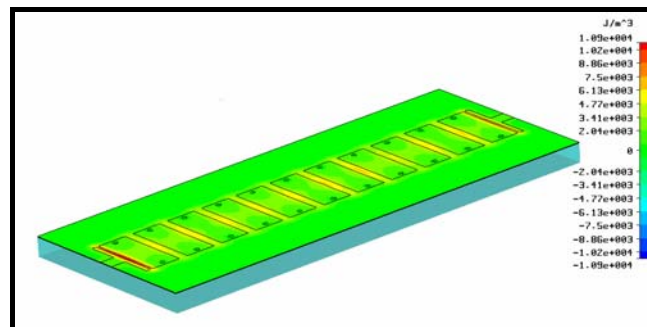
Com podem veure a partir de la simulació amb CST, tot el corrent es troba en les vies que connecten el *slot* amb el terra. Resumint podem afirmar pel que respecta a la línia de transmissió, aquesta no té una inductància sèrie com la que apareix en el model de línia composta o en el model d'una línia de transmissió dretana.

## 6.4. Energia electromagnètica

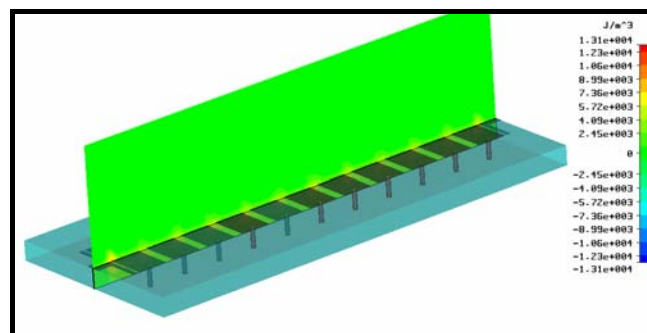
Fins aquí hem pogut saber que passava amb el camp elèctric i magnètic, ara és hora de poder saber que passa amb l'energia elèctrica i magnètica.

### Energia Elèctrica:

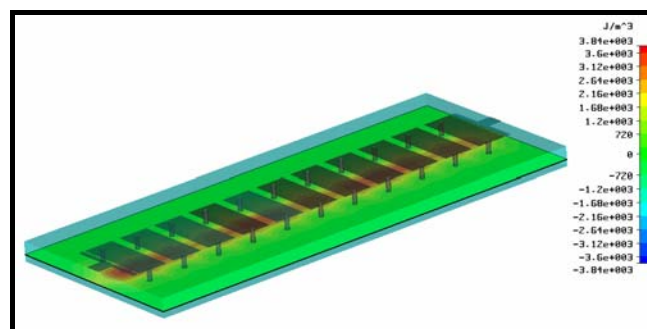
Com podem observar en les figures (6.4.1), (6.4.1) i (6.4.1) calculades mitjançant el programa *CST*, l'energia elèctrica es propaga completament per les “capacitats”, o sigui per la capacitat deguda al gap i per la capacitat amb el terra.



**Figura 6.4.1** Energia elèctrica propagant-se per la discontinuïtat. Aquesta discontinuïtat és la causant de la capacitat de *gap*.



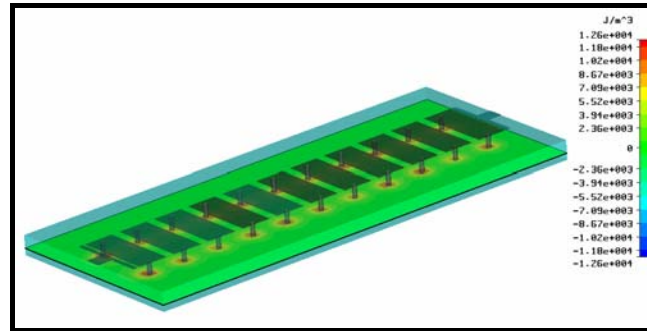
**Figura 6.4.2** Energia elèctrica propagant-se per la discontinuïtat. Aquesta discontinuïtat és la causant de la capacitat de *gap*.



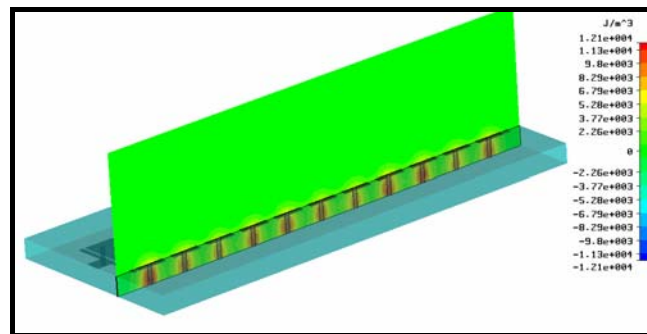
**Figura 6.4.3** Energia elèctrica propagant-se per la capacitat al terra.

## Energia Magnètica:

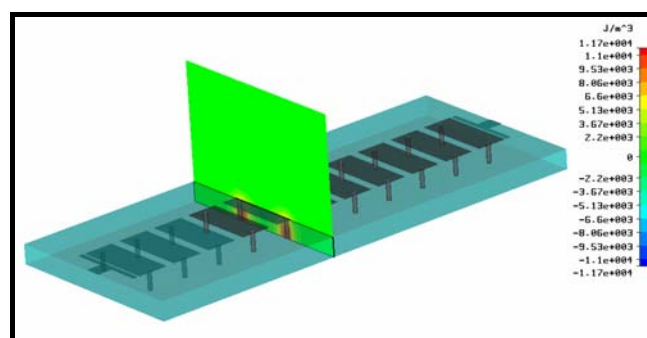
Com podem observar en les figures (6.4.4) i (6.4.5) calculades mitjançant el programa CST, l'energia magnètica es propaga completament per la via, o sigui per l'element inductiu.



**Figura 6.4.4** Energia magnètica propagant-se per la via, pla Z.



**Figura 6.4.5** Energia magnètica propagant-se per la via, pla Y.



**Figura 6.4.6** Energia magnètica propagant-se per la via, pla Y.

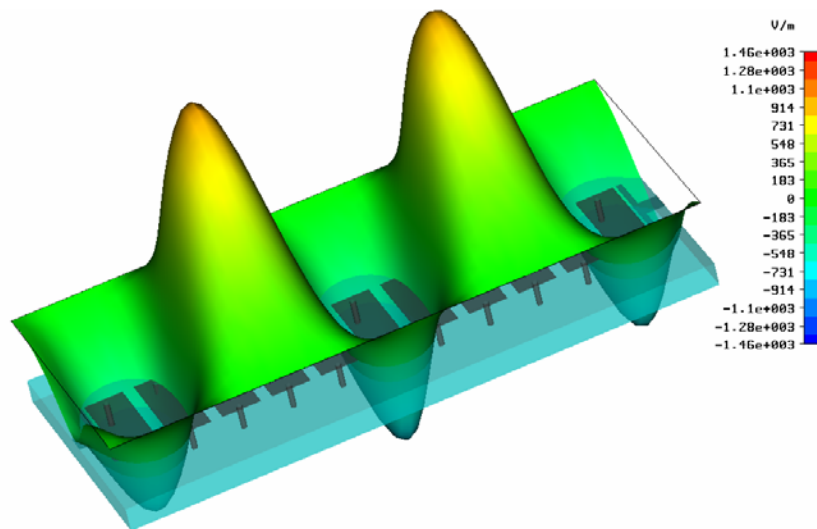
Aleshores tenint en compte que l'energia elèctrica es propaga a través de les capacitats, i l'energia magnètica o fa a través de la inductància podem concloure que al tractar-se d'elements reactius i no pas resistius (bons conductors i dielèctrics) aquest no consumeixen potència i per tant no tindríem que tenir pèrdues. La qual cosa el que significa és que les pèrdues vindran determinades per les característiques del conductor (*strip* metàl·lic, i via) i les del dielèctric (alúmina).



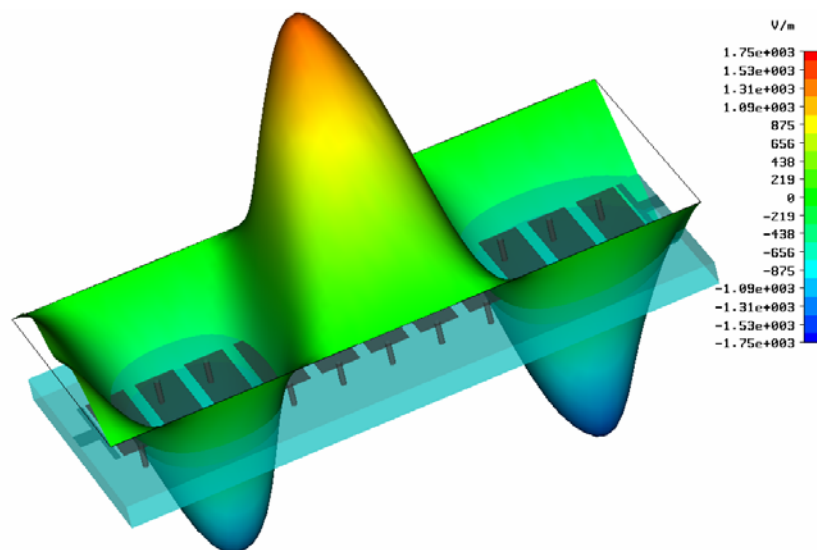
## 6.5 Determinació gràfica del tipus de línia de transmissió

Amb les simulacions electromagnètiques realitzades anteriorment hauríem de ser capaços de determinar si la línia que hem realitzat té un comportament esquerrà o dretà. Per tal de poder fer l'estudi recordem l'equació 3.2.16 la qual ens permet diferenciar entre una línia esquerrana i una línia dretana. Aquesta expressió estableix que per una línia esquerrana a major freqüència del senyal major longitud d'ona de la radiació que es propaga per la línia. En canvi per una línia dretana, tot el contrari, a mesura que s'augmenta la freqüència del senyal la longitud d'ona és menor.

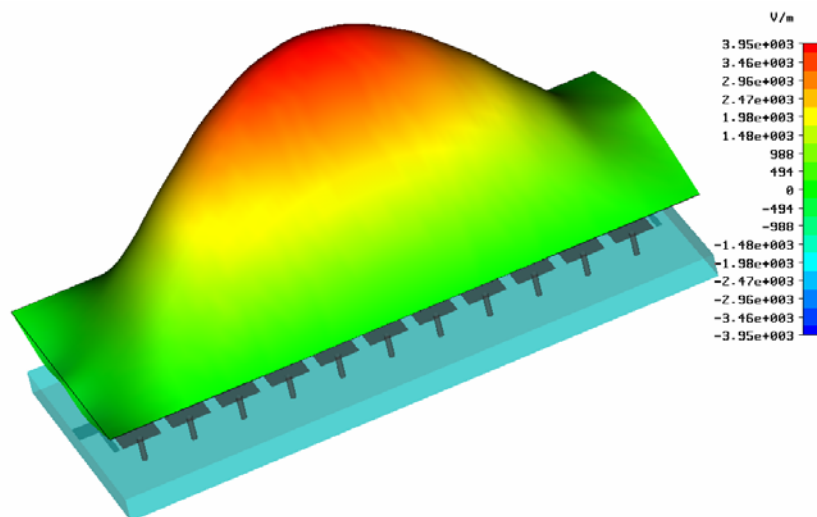
Aleshores com es pot veure en les figures següents on s'ha representat el camp elèctric per tres freqüències diferents, a mesura que s'augmenta la freqüència, la longitud d'ona de l'ona viatgera també augmenta amb la qual cosa podem concloure que es tracta d'una línia esquerrana. A més com podem veure l'ona avarca més de 4 cel·les ( $\lambda_g > 4d$ ) amb la qual cosa podem afirmar que es tracta d'una línia esquerrana metamaterial.



**Figura 6.5.1** Camp elèctric en la direcció z per una ona de freqüència 7.5 GHz.



**Figura 6.5.2** Camp elèctric en la direcció z per una ona de freqüència 8 GHz.



**Figura 6.5.3** Camp elèctric en la direcció z per una ona de freqüència 8.7 GHz.

## 7. Fabricació i mesura de l'estructura

En els punts anteriors s'ha realitzat un estudi teòric de l'estructura és en aquest punt on fabricarem i mesurarem el nostre dispositiu real.

Per tal de començar, dir que el substrat utilitzat per fabricar el filtre es tracta d'un substrat comercial Rogers R03010 d'un gruix de 1.27 mm. Aquest substrat està format per dues capes de coure a ambdós costats del dielèctric, amb alta constant dielèctrica i baixa tangent de pèrdues.

Permitivitat dielèctrica relativa	$\epsilon_r = 10.2$
Tangent de pèrdues	$\delta = 0.0023$
Gruix de coure	$T = 35\mu\text{m}$
Conductivitat coure	$\text{Re}(\sigma) = 5.88 \cdot 10^8 \text{ Siemens/m}$

**Figura 7.1** Característiques dels substrats utilitzats en la fabricació dels dispositius.

Per a la fabricació dels prototipus contem amb la fresadora LPKF ProtoMat H100 (Figura 7.2) que es controla mitjançant el software específic *Board Master*. Per a l'obtenció de les màscares que determinen el *layout* dels dispositius, és necessari exportar el disseny des de *ADS* a *Gerber*. A partir de les màscares obtingudes (una per a cada capa), i mitjançant el programa *CircuitCam* es genera el fitxer que es carregarà a *Board Master*. *CircuitCam* permet escollir les eines a utilitzar per a la fabricació, marcar les línies de tall i situar els fiducials.



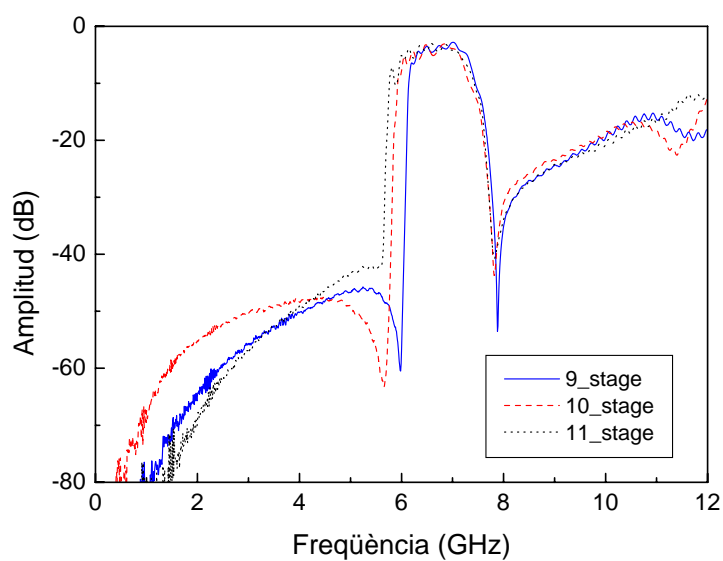
**Figura 7.2** Fotografia de la fresadora LPKF ProtoMat H100 utilitzada per a la fabricació de prototipus.

En la mesura del filtre utilitzarem l'analitzador de xarxes HP 8720ET, el qual ens permetrà obtenir de forma directa els paràmetres S del dispositiu.

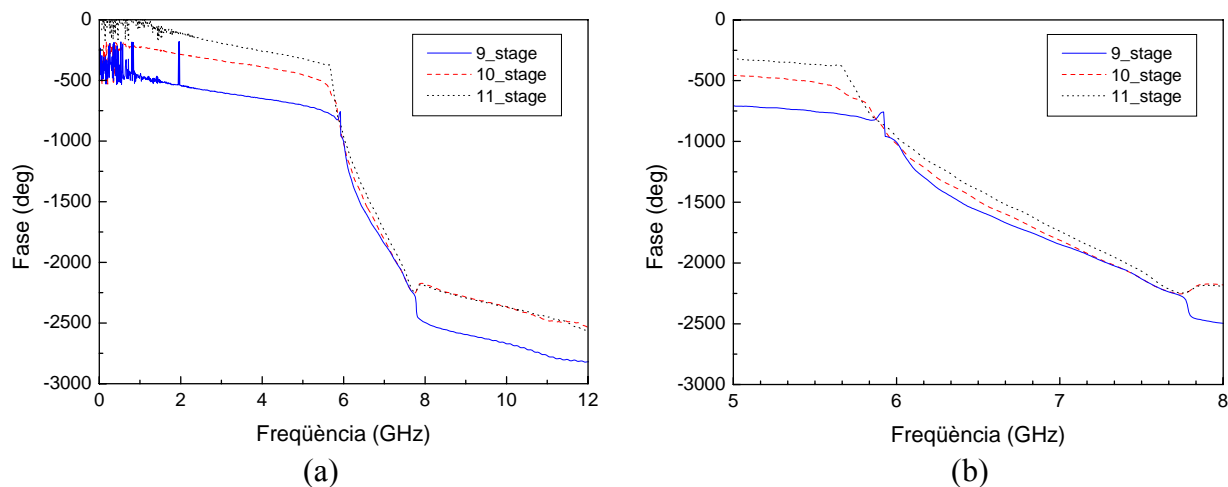


**Figura 7.2** Fotografia dels dispositius fabricats; D'esquerra a dreta el nombre d'etapes de cada línia és menor, començant per 11 etapes i acabant amb 4 etapes.

La resposta del filtre construït a partir d'una estructura esquerrana es presenta en la següent figura:



**Figura 7.3** Mesura del mòdul de  $S(2,1)$  per 9, 10 i 11 etapes. On clarament és veu la banda passant del filtre situada entre 7.8 GHz i 6 GHz.



**Figura 7.4** (a) Mesura de la fase de  $S(2,1)$  per 9, 10 i 11 etapes. (b) Imatge ampliada de la regió on la línia es comporta com un medi esquerra.

Per tant, com podem observar de les figures anteriors. Primerament de la figura 7.3 veiem com es forma una banda de pas en la línia que va d'uns 6 GHz a 7.8 GHz amb una atenuació aproximada d'uns 3 dB, amb la qual cosa podem afirmar que la nostra línia de transmissió clarament es comporta com a filtre passabanda. No obstant cal recordar que en principi nosaltres havíem dissenyat un filtre centrat a una freqüència de 9 GHz i ample de banda fraccional de 0.25. D'altra banda ja en la simulació electromagnètica el nostre filtre passa a estar centrat a una freqüència de 8 GHz la qual cosa s'explica fàcilment tenint en compte que tant el valor de  $C_{gap}$  i  $C$  tenen un error associat d'un 7% amb la qual cosa podem entendre que aquest error ens pugui fer passar de 9 GHz a 8 GHz.

Pel que fa a la desviació en freqüència respecte la simulació electromagnètica, podem dir que segurament sigui degut a un error sistemàtic en la fabricació ja que primerament hem tingut que realitzar les connexions. D'altra banda per tal d'aconseguir fabricar les vies hem de realitzar un forat al *slot* d'uns 0.4 mm de diàmetre i passar-hi un fil de coure d'uns 0.15 mm de radi amb la qual cosa, a més, hem de fer un parell de soldadures per cada via realitzada, per tant creiem que el procés de fabricació el qual resulta ser bastant "artesanal" pot ser el causant de la desviació en freqüència que ens apareix respecte la simulació electromagnètica.

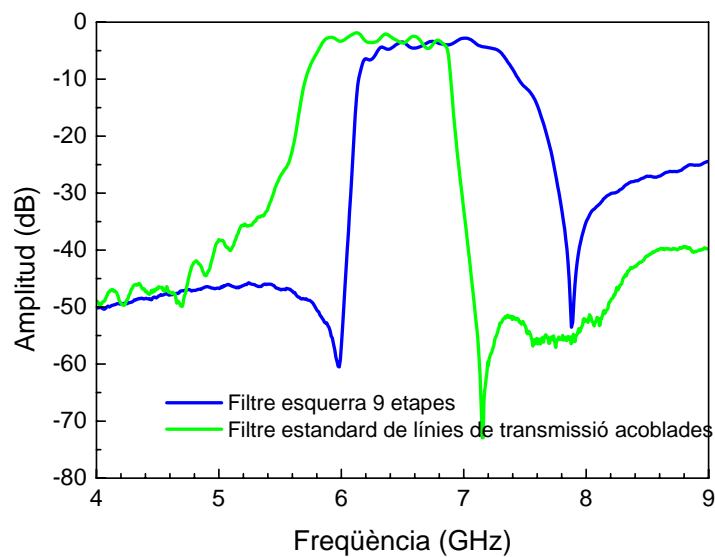
Tot i això remarcar que s'ha aconseguit realitzar un filtre passabanda, partint d'unes especificacions determinades amb la característica afegida que en tota la banda de pas té un comportament esquerra.

### Comparació amb un filtre estàndard:

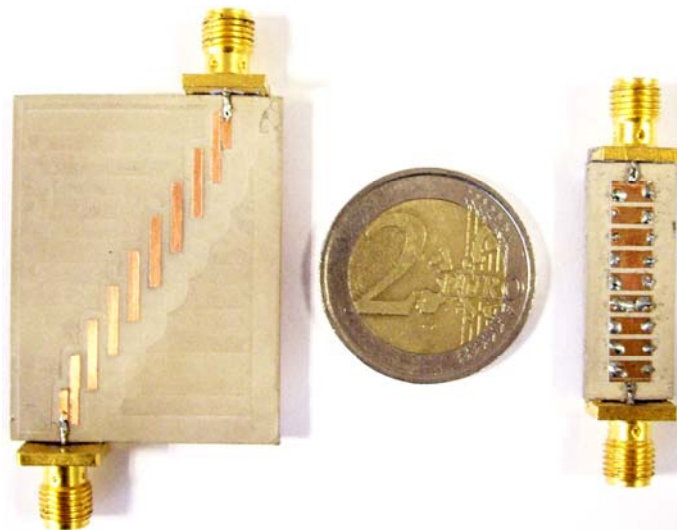
Per tal de completar l'estudi del filtre passem a comparar el comportament del nostre filtre amb un filtre estàndard de línies de transmissió acoblades.

Per tal de realitzar el filtre de línies acoblades imposam que la freqüència central del filtre sigui de 7 GHz com la del filtre dissenyat anteriorment. Pel que fa a l'ample de banda, un 25% ens dona valors per a la corba d'atenuació no tabulats amb la qual cosa

reduïm al 20%. L'altra condició a imposar és demanar a 6 GHz tenir una atenuació de 25 dB (ja que 50 no podem aconseguir). Amb la qual cosa hem optes el següent resultat:



**Figura 7.5** Comparació del filtre estàndard de línies de transmissió acoblades (verd) amb el filtre dissenyat en aquest projecte (blau).



**Figura 7.6** Fotografia del filtre de capacitats acoblades (esquerra) i del filtre esquerrà (dreta). La relació d'àrea és 5:1.

Com podem veure, en la figura 7.5, el comportament del filtre estàndard no és tant bó com podríem esperar, ja que la banda de pas està pitjor definida i també presenta un shift en freqüència de 0.7 GHz. Tot i això presenta una atenuació major que el filtre esquerra a freqüències elevades.

Dimensionalment el filtre estàndard és 5 cops més gran que el filtre dissenyat en aquest projecte, amb la qual cosa hem aconseguit millors "prestacions" amb un tamany més petit.

## 8. Conclusions

En aquest treball s'ha presentat una metodologia completa per tal d'implementar filtres passabanda esquerrans a freqüències de microones. Partint de la suposició que una línia esquerrana carregada periòdicament amb capacitats s'ha de comportar de forma contrària a una línia dretana carregada periòdicament amb capacitats. Recordem que una línia dretana carregada periòdicament amb capacitats té un comportament de rebuig de banda. Aquest comportament invertit és conseqüència de la asimetria existent entre una línia esquerrana i una dretana amb la qual cosa apareixen comportaments oposats.

Per tant partint simplement de les equacions derivades d'una línia esquerrana periòdicament carregada s'ha pogut extreure primerament el comportament de l'estructura com a filtre passabanda i més tard les expressions que relacionen el comportament del filtre amb els diferents valors dels components circuitals. A més s'ha comprovat com a partir d'expressions analítiques i matemàtiques hem sigut capaços d'obtenir uns valors físics suficientment acurats per tal de poder fabricar la línia.

D'altra banda s'ha desenvolupat una metodologia a partir de la qual es pot determinar si una línia de transmissió periòdica es comporta com una estructura esquerrana o dretana.

Per finalitzar comentar que la línia de transmissió degut a la seva configuració té un comportament electromagnètic molt senzill, és a dir, que el camp elèctric bàsicament és igual al camp que existeix entre dues plaques plano-paral·leles i el camp magnètic el que crea un fil infinitament llarg. La qual cosa ens permet extreure "fàcilment" els valors circuitals del filtre passabanda dissenyat. Per tant en principi hauríem de poder ser capaços de millorar el mètode d'extracció de les dimensions físiques i portar aquest mètode de disseny a condicions favorables pel que fa a les dimensions del dispositiu amb la qual cosa intentaríem aconseguir dues coses, primerament obtenir expressions analítiques l'error de les quals és molt inferior al que ens introdueixen expressions analítiques estàndard i segon que aquestes noves expressions ens possibilitarien dissenyar estructures més compactes, ja que per exemple, les equacions analítiques utilitzades per extreure les dimensions físiques associades a les diferents capacitats, prioritzen la longitud  $l$  en compte de la  $W$  amb la qual cosa compactar les estructures no s'aconsegueix de forma senzilla, amb la qual cosa s'havia de recórrer a petits trucs electromagnètics (escalat en freqüència).

No obstant, l'objectiu inicialment proposat, clarament s'ha aconseguit amb l'avantatge que la metodologia utilitzada ens permet implementar filtres de forma "automàtica" sense la necessitat de passar per un procés d'optimització, el qual acaba sent un procés un poc artístic i no repetible.

Amb la qual cosa sembla lògic considerar aquesta estructura, tenint present possibles canvis que s'haurien de fer, fàcilment implementable amb tecnologia microelectrònica, ja que per exemple en tecnologia MOS les capacitats que intervenen en els dispositius (capacitat de porta, ...) en principi són exactament iguals que les que intervenen en la línia de transmissió, amb la qual cosa sembla raonable suposar que en tecnologia MOS poguéssim aconseguir les capacitats necessàries per tal de dissenyar una línia esquerrana com la que hem descrit en aquest treball.

# Annex

Programa realitzat amb Matlab per poder calcular les dimensions físiques de l'estructura a partir del valor que han de tenir les capacitats.

```

Er=10.2;
E0=8.854187817e-12;
C=1.308e-12;
Cg=2.13e-13;
h=1.27e-3;

Error=0.01e-13;

w_inicial=1.5e-3;
w_final=(2*h);
s_inicial=0.15e-3;
s_final=w_final;
l_inicial=0.5e-3;
l_final=3e-3;

w=w_inicial;
s=s_inicial;
l=l_inicial;

i=1;
j=0;
k=0;

K=0.25*C+Cg;

while(Er<=10.2)
    w=w_inicial;
    s=s_inicial;
    while((w<w_final)|(s<s_final))

        if((s<s_final)&((s/w)>=0.0999)&((s/w)<=1))

            m0=(w/h)*(0.619*log(w/h)-0.3853);
            k0=4.26-1.453*log(w/h);
            C0=(w*(Er/9.6)^0.8*(s/w)^m0*exp(k0))*1e-12;

            while(l<l_final)

                C_paralela=E0*Er*1*w/h;
                equ_1=0.5*C0+0.25*C_paralela;

                l_anterior=l;
                l=l_anterior+0.01e-3;

                if(abs(K-equ_1)<Error)

                    if((s/w)>=0.0999)&((s/w)<=0.3))
                        me=0.8675;
                        ke=2.043*(w/h)^0.12;
                    end

                    Ce=(w*12*(Er/9.6)^0.9*(s/w)^me*exp(ke))*1e-12;
                    equ_2=0.5*C0-0.25*Ce;

                    if(abs(Cg-equ_2)<Error)
                        w_amplada(1,i)=w;
                        s_separacio(1,i)=s;
                        l_longitud(1,i)=l;
                        C_gap(1,i)=0.5*C0-0.25*Ce;
                        C_ressonador(1,i)=Ce+C_paralela;
                        E_utilitzat(1,i)=Er;
                        i=i+1;
                    end

                    else
                        end

                    elseif(((s/w)>=0.3)&&((s/w)<=1))
                        me=((1.565/((w/h)^0.16))-1);
                        ke=1.97-(0.03/(w/h));

                        Ce=(w*12*(Er/9.6)^0.9*(s/w)^me*exp(ke))*1e-12;
                        equ_2=0.5*C0-0.25*Ce;

                        if(abs(Cg-equ_2)<=Error)
                            w_amplada(1,i)=w;
                            s_separacio(1,i)=s;
                            l_longitud(1,i)=l;
                            C_gap(1,i)=0.5*C0-0.25*Ce;
                            C_ressonador(1,i)=Ce+C_paralela;
                            E_utilitzat(1,i)=Er;
                            i=i+1;
                        end

                        else
                            end
                        end
                    end

                    end % (final while)
                    l=l_inicial;
                    j=j+1;
                    s=w*0.1+0.001e-3*j;
                elseif(s<s_final)
                    j=j+1;
                    s=w*0.1+0.001e-3*j;
                elseif(w<w_final)
                    j=0;
                    w=w+0.001e-3;
                    s=w*0.1;
                end

                else
                    end % (final if llerg)

                end % (final while)
                Er=Er+0.05;
            end
        end
    end
end

```



## REFERÈNCIES

---

- [i] V.G. Veselago, "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ". *Sov. Phys. Uspekhi*, vol.10 (4), pp.509-514, 1968.
- [ii] [http://es.wikipedia.org/wiki/Oliver\\_Heaviside](http://es.wikipedia.org/wiki/Oliver_Heaviside)
- [iii] C. Caloz, T. Itoh, John Wiley & Sons, *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line theory and microwave applications*, 2006.
- [iv] C. Caloz, T. Itoh, A. Lai, IEEE microwave magazine setembre 2004, pag. 34-35, *Composite Right/Left-Handed Line Metamaterial*, 2004.
- [v] C. Caloz, H. Okabe, T. Iwai, and T. Itoh. "Transmission line approach of left-handed (LH) materials," USNC/URSI National Radio Science Meeting, San Antonio, TX, vol. 1, p. 39, June 2002.
- [vi] C. Caloz and T. Itoh. "Transmission line approach of left-handed (LH) structures and microstrip realization of a low-loss broadband LH filter," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 52, no. 5, May 2004..
- [vii] David M. Pozar, "Microwave Engineering", John Willey & Sons, Inc. New York 1998.
- [viii] M. J. Lancaster, Jia-Sheng Hong, John Wiley & Sons, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*.
- [ix] K. C. Gupta, R. Garg, I. Bahl, and P. Bhartis, *Microstrip Lines and Slotlines*, Second Edition, Artech House, Boston, 1996.
- [x] M. E. Goldfarb, and R. Pucel, "Modeling Via-Hole Grounds in Microstrip", IEEE Microwave Guided Wave Lett., vol. 1, no. 6, pp. 135-137, June 1991.